

Y 997333

分类号.....

密级.....

UDC.....

编号.....

中南大學

CENTRAL SOUTH UNIVERSITY

# 硕士学位论文

论文题目：基于单片机的倒立摆控制系统设计与实现

学科、专业：控制工程

研究生姓名：李志民

导师姓名及  
专业技术职务：桂卫华 教授

---

## 摘 要

倒立摆是一个具有多变量、高阶、非线性、强耦合等系统特性的本征不稳定系统，是高校自动控制类专业实验室进行验证性、设计性、综合性和研究创新性实验、课程设计、毕业设计和科学研究的理想实验设备，因此，进行倒立摆控制系统的应用研究，对提高高校实验教学水平，拓展实验研究领域，具有十分重要的意义。

本论文的主要目标是研究和设计更具有小型化、模块化和多功能组合的环型倒立摆控制系统实验装置，实现并通过多种方式的模拟/数字控制器组成的计算机控制系统，来控制环型倒立摆的平衡，完成各种典型控制算法验证和先进控制算法的研究与验证。论文中用到经典控制理论、线性控制理论和模糊控制理论。

本论文首先阐述了倒立摆稳定控制的意义、研究发展过程和现状，设计了倒立摆控制系统组成结构，并根据倒立摆控制性能的要求，对倒立摆控制系统的各单元电路进行了分析和设计，包括：角位移-电信号转换电路、倒立摆状态观测器电路、模拟控制器电路、基于 MCS-51 单片机数字控制器电路和倒立摆 PWM 功放电路，并对控制系统的优化方案进行了讨论，完成基于 MCS-51 单片机的数字控制器的控制系统的硬件电路和软件的联机调试。

论文中以环型一级、二级倒立摆系统的数学建模为基础，利用 MATLAB 对倒立摆的运动特性进行了仿真，并对倒立摆系统的稳定控制策略进行了多方位的研究，完成大量的仿真研究工作，得出各种控制策略的控制效果和结论。

最后，对本论文进行了总结，对下一步要进行的工作提出了自己的设想。

本论文的完成，以完善高校控制类相关专业实验教学内容、提高实验研究水平为目标，进行了倒立摆系统的多方位控制实验研究，取得一定成果。论文以一定的理论为基础，既有实际控制系统设计过程，又有系统控制策略研究与仿真，而且研究对象相当典型，因此，本课题有重大的理论意义和实际意义。

**关键词** 实验教学，环型倒立摆，单片机，MATLAB，控制策略

---

## ABSTRACT

As a natural unstable controlled object, inverted pendulum is a nonlinear high-order system with multiple variables and strong coupling. This equipment is an ideal control application for students major in automatic control to operate system design, verification and research. Therefore, it is an important topic to research on inverted pendulum system for both experimental education and research development.

This thesis focuses on designing a rotary single inverted pendulum system with multi-function combinations and modules. Through a single-chip digital computer control system, the rotary inverted pendulum is controlled to stable point. Approaches that are referenced in this thesis include classic control theory, linear control theory and fuzzy control theory.

In this thesis, the research purpose, research history and current research progress of the pendulum system is explained. Based on the structure and the performance requirement of the pendulum system analysis and design of the unit circuits for the pendulum control system is carried out, including angle-signal transistor, control observer circuit, analog control circuit, MSC-51 digital control circuit and PWM amplifiers. Furthermore, system optimization is applied and realized. In the thesis, detailed introduction of both hardware circuit design and software design has been stated to realize an analog controller and a digital controller. The designed

---

system is tested with test results illustrated.

In this thesis, the modeling procedures for the rotary single inverted pendulum system and rotary two-stage inverted pendulum system is explained. Using Matlab, the dynamics of the pendulum is simulated. The thesis then focused on the stabilization strategy for the pendulum system. Plenty of simulation work was carried out to verify the proposed control algorithm.

Finally, the thesis gives a summary and the future related work directions.

This thesis is based on control theory with detailed mathematic analysis while as it illustrates the practical design of the control system. Inverted pendulum is such a typical control object that make this research topic very meaningful in the areas of not only control theory but also real application.

**KEY WORDS:** Experimental education, rotary inverted pendulum, micro chip, MATLAB, control Strategy

## 原创性声明

本人声明，所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了论文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得中南大学或其他单位的学位或证书而使用过的材料。与我共同工作的同志对本研究所作的贡献均已在论文中作了明确的说明。

作者签名：李志民

日期：2006年5月8日

## 关于学位论文使用授权说明

本人了解中南大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留学位论文，允许学位论文被查阅和借阅；学校可以公布学位论文的全部或部分内容，可以采用复印、缩印或其它手段保存学位论文；学校可根据国家或湖南省有关部门规定送交学位论文。

作者签名：李志民 导师签名：\_\_\_\_\_ 日期：2006年5月8日

## 第一章 绪论

倒立摆是一个非线性、高阶不稳定、多变量系统，是在实验室进行控制理论算法研究的理想对象，涉及有关力学、数学、电学、计算机学等多个学科知识的综合应用，它抽象于工程应用之中，并涵盖了实际应用的诸多因素，且适用于多种控制系统。所以，有关倒立摆的稳定控制问题，得到了世界各国控制理论研究者的高度重视。

### 1.1 倒立摆系统简介

倒立摆系统有以下几种形式<sup>[1]</sup>：直线型倒立摆、平面型倒立摆，环型倒立摆、柔性连接倒立摆系统、柔性倒立摆系统和 Acrobot<sup>[2]</sup>、Pendubot<sup>[3]</sup> 等形式的倒立摆系统，它们主要是机械结构不同而已，其本质为非线性欠冗余机电系统。因此，对系统的研究手段和研究方法具有相似性。

多级倒立摆系统分为：串联型倒立摆系统和并联倒立摆系统。目前国内外广泛研究的对象主要是多级的直线型倒立摆、环型倒立摆和旋转型倒立摆。

#### 1. 直线型倒立摆

它是最常见倒立摆系统，也称车摆装置，根据目前的研究它又分为 1、2、3、4 级车摆，典型结构图如图 1-1 所示，图中以三级车摆为例，它是由可以沿直线导轨运动的小车以及一端固定于小车之上的匀质长杆组成的系统，小车可以通过转动装置由力矩电机、步进电机、直流电机或者交流伺服电机驱动，车的导轨一般有固定的行程，因而小车的运动范围都是受到限制的。

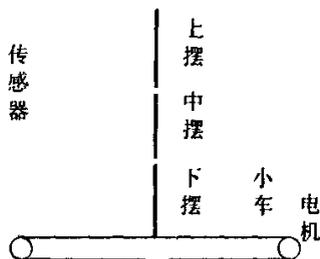


图 1-1 三级车型倒立摆示意图

#### 2. 环型倒立摆

环型倒立摆也称杆摆式倒立摆，如图 1-2 所示，图中以二级为例，一般是由水平放置的摆杆和连在其端接的自由倒摆组成，原理上也可以看成是车摆的轨道为圆轨情况，摆杆是通过传动电机带动旋转的。此倒摆设计好了可以摆脱普通车摆的行程限制，但是同时带来了一个新的非线性因素：离心力作用。

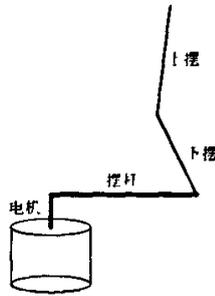


图 1-2 二级环型倒立摆物理模型

### 3. 旋转式倒立摆

这里的旋转式倒立摆不同于第二种环型倒立摆，它的摆杆（旋臂）是在竖直平面内旋转的，而环型倒立摆的摆杆是在水平面旋转的，如图 1-3 所示。图中倒立摆系统是单级旋转倒立摆，将摆杆安装在与电机转轴相连的旋臂上，通过电机带动旋臂的转动来控制倒摆的倒立，整个系统复杂、不稳定。



图 1-3 单级旋转式倒立摆系统构成

其他还有平面倒立摆系统、柔性连接倒立摆系统、以及 ACROBOT、PENDLOT 等一些形式的倒立摆系统，已经有很多文献有过介绍，鉴于研究不是非常普遍且与本文关系不十分密切，这里介绍从略。

## 1.2 倒立摆控制策略研究的意义与发展状况

作为一种具有严重非线性、高阶不稳定、多变量系统，倒立摆是在实验室进行控制理论算法研究的理想对象。对于倒立摆系统的稳定控制，不仅具有重要的理论意义，而且还具有很重要的工程实践意义。

倒立摆价格低廉、结构简单，在实验室易于实现，对它的稳定性控制策略与杂技运动员顶杆表演的技巧十分相似，极富趣味性，一方面，许多抽象的控制理论概念如系统稳定性、可控性和系统抗干扰能力等等，都可以通过倒立摆控制系统实验表现出来；另一方面，由于倒立摆系统本身所具有的动态特性与机器人的行走姿态类似，其平衡与火箭的发射姿态调整类似，因此，许多现代控制理论的研究人员一直将它视为典型的研究对象，不断从中发掘出新的控制策略。因此，倒立摆系统作为控制理论研究中的一种较为理想的实验手段通常用来检验控制策略的效果<sup>[4]</sup>。

伴随着倒立摆稳定控制策略研究成果的不断取得，其控制方法在航天科技和机器人学方面也获得了广泛的应用。

迄今为止，人们已经利用经典控制理论、现代控制理论以及各种智能控制理论实现了多种倒立摆系统的稳定控制<sup>[5]</sup>。从 20 世纪 60 年代开始，国外就有学者对倒立摆系统进行系统地研究，当时主要集中在直线型倒立摆系统的线性控制上面<sup>[6]</sup>。最早的实验结果包括 1976 年 Mori etc.<sup>[7]</sup> 发表的研究论文，之后，Furuta etc.<sup>[8]</sup> 报道了二级直线倒立摆的实验结果，进入 90 年代以后，Ruruta etc.<sup>[9]</sup>，Tsachouridis etc.<sup>[10]</sup>，Eltohamy<sup>[11]</sup> 等人分别给出了三级直线倒立摆基于线性模型控制策略的实验结果。随着模糊控制理论的发展，以及将模糊控制理论应用于倒立摆系统的控制，对非线性问题的处理有了很大的改进，利用模糊理论用于控制一级倒立摆取得了很大的成功<sup>[12-16]</sup>。模糊控制理论应用于倒立摆的最新研究成果是北京师范大学数学系统李洪兴教授领导的科研队伍利用变论域自适应模糊控制理论实现了对四级倒立摆的稳定控制<sup>[17]</sup>。此外，张飞舟等提出的利用云模型实现智能控制倒立摆的方法<sup>[18]</sup>和拟人智能控制倒立摆方法<sup>[19]</sup>，张乃尧采用双闭环的模糊控制方案实现倒立摆控制<sup>[20]</sup>等等。

### 1.3 本论文的主要工作

本论文的任务是以实验室现有 ZWP-II 型环型一级倒立摆实验装置为平台, 对原设备的控制系统结构和控制方法的可行性进行分析和研究。该设备本身具有良好的模拟、数字控制器接口实现方式, 但由于所使用的模拟电路较为传统、电路元件落后, 系统的可靠性和安全性, 以及系统的集成度等方面都不是很高, 致使系统控制性能的实现受到一定程度的约束, 为此, 我们对该设备的控制系统硬件电路进行了分析研究, 并进行重新设计。一方面, 保留系统接口多样性的特点, 以满足实验教学的不同需求; 另一方面, 使控制系统的关键电路部分设计更为合理, 包括功放部分采用更新型的元件、电路的集成度更高、系统的抗干扰能力和安全性更好。

在控制系统硬件电路设计完成的基础上, 进行了控制策略的研究、控制器设计和实现。希望达到的目标是, 该系统能够满足的控制器实现方式有, 模拟电路方式的控制器设计与实现、基于计算机采样接口的数字控制器的实现、基于 MATLAB 的半实物仿真模型的实现、单片机控制器的实现、乃至基于 Web 远程控制。

本论文着重在研制具有小型化、模块化和多功能组合的倒立摆实验装置, 并进行基于单片机的倒立摆控制系统设计与实现。

论文各章进行的工作如下:

第一章, 简述倒立摆在实验、科学研究中重要性, 以及倒立摆的分类, 并就应用于倒立摆稳定性控制的控制理论和方法的研究发展状况进行了阐述。

第二章, 详细介绍了倒立摆控制系统的硬件设计方法和过程, 并对硬件设计与调试, 特别是对硬件优化设计中的一些问题进行详细讨论,。

第三章, 介绍倒立摆控制系统的软件部分, 给出了实时控制程序流程图, 对各个模块作了简要介绍, 就软件调试过程和出现的问题进行讨论。

第四章, 对环型一级、二级倒立摆的数学模型进行推导, 在忽略系统次要影响因素, 并对系统工作状态进行某种假设的条件下, 建立系统线性化数学模型, 利用 SIMULINK 仿真软件对倒立摆的开环运动特性进行仿真和结论分析。在讨论并得出倒立摆具有可控且可观结论后, 对倒立摆可行性控制方案的选择进行分析、讨论, 最终确定运用 PID 控制方法、状态反馈极点配置法、最优二次型控制法和模糊控制方法来进行基于确定数学模型和不确定数学模型的环型倒立摆的稳定控制研究, 通过在 MATLAB 软件环境下的各种控制策略的仿真研究, 得出相应控制规律和结论。

第五章，介绍了基于单片机倒立摆控制系统的调试环境和条件要求，取得实验数据和结果，并对系统调试过程中出现的问题进行分析和探讨。

第六章，对论文工作进行了总结，并对今后的工作进行了展望。

## 第二章 倒立摆控制系统的硬件设计

### 2.1 控制系统硬件结构组成

为了实现倒立摆控制系统中控制器实现方式的硬件多样性,以充分满足实验教学和研究工作的需要,采用如图 2-1 所示的系统组成结构<sup>[21]</sup>。其中,控制器的硬件实现,可以根据设计任务和要求的不同,选择不同类型的硬件电路进行控制器设计,完成控制算法和系统稳定性控制研究。

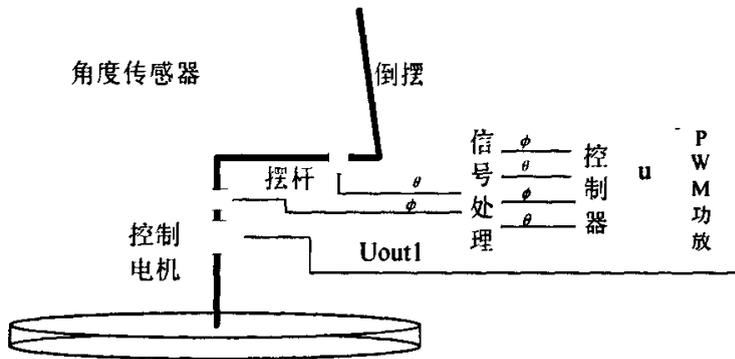


图 2-1 环型倒立摆控制系统结构示意图

控制器硬件实现方式:

#### 1、基于模拟电路的控制器硬件组成

通过对倒立摆系统的基本状态进行采样,可以得到摆杆的偏转角度  $\varphi$  和倒摆偏转角度  $\theta$ ,并由所设计的信号处理电路,产生摆杆的偏转角度速度  $\dot{\varphi}$  和倒摆垂直偏转角度速度  $\dot{\theta}$ ,并完成反馈系数与状态变量( $\varphi$ 、 $\theta$ 、 $\dot{\varphi}$ 、 $\dot{\theta}$ )乘积运算,然后,并行送入模拟控制器电路,控制器将按某种控制规律最终产生的控制信号  $u$  输出至 PWM 功放电路。

#### 2、基于多功能模入模出接口卡的控制器组成

计算机具有高速运算能力、支持多种编程语言和环境,对数字控制系统而言,还具有调试简单、参数修改方便的特点,特别适合进行各种典型控制算法和复杂控制系统的控制研究。通常情况下,可以通过两种实现手段来进行这种数字控制器的设计与控制研究,一种是利用程序设计语言编制多种控制算法程序,通过接口卡完成数据采样(A/D 转换)和信号输出(D/A 转换),实现控制器功能;另一种是利

用 MATLAB 软件的强大数学功能和丰富的仿真功能, 通过半实物仿真方式, 实现控制器算法的研究和系统稳定性控制。

### 3、基于单片机的数字控制器组成

利用新型单片机, 组成单片机最小系统, 实现数字控制器功能, 具有执行速度快、集成度高、体积小、功率低等优点, 并且, 方便进行系统扩展硬件功能的设计。本论文进行的一项主要工作, 就是进行单片机数字控制器的设计与系统稳定性控制的研究。

## 2.2 模拟控制系统硬件电路设计

硬件电路是任何一个控制系统必不可少的部分, 倒立摆控制系统硬件电路组成, 包括采样电路、信号处理电路、控制器电路(包括允许通过该接口实现模拟控制器、数字控制器的选择)、PWM 功率放大部分以及其他辅助性电路(如: 电源电路、保护电路、工作方式选择电路)。被控制对象是倒立摆装置, 内含执行电机、角度传感器(电位计)、倒摆、摆杆等机械设备。

本节首先叙述模拟控制器方式下的倒立摆控制系统<sup>[2]</sup>设计, 下一节将详细讲述数字控制器的硬件设计与实现。

### 2.2.1 角位移-电信号转换

在本倒立摆控制系统中, 所谓的传感器就是两个电位器, 随着摆杆、倒摆的位置不同, 两个电位器的输出电压也不同。本系统采用的是两个 WDD35D4 电位器, 如图 2-2 所示, 它具有线性度高、理论上具有无限的分辨力、平滑性优良、动态噪声小、机械寿命长等优良性能。WDD35D4 电位器的技术指标如表 2-1。

表 2-1 WDD35D4 电位器的技术指标

标准阻值(KΩ)	5	独立线性度(%)	0.1
理论电旋转角	$345 \pm 2(^{\circ})$	分辨力	理论上无限(对标准值) 独立线性度变化 $\leq 50\%$
机械转角	$2\pi$ (连续)		

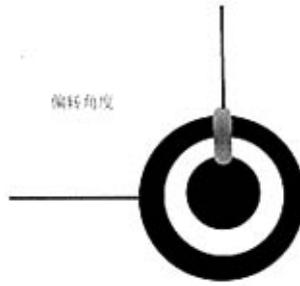


图 2-2 WDD354 示意图

角度采样原理如图 2-3 所示。理论上这个传感器性能很好，当传感器的性能不佳时，将会导致倒立摆系统性能不够理想，分析可参见 3.3.1 节。

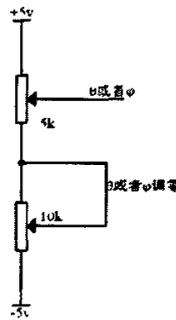


图 2-3 角度传感器原理示意图

### 2.2.2 倒立摆状态观测器

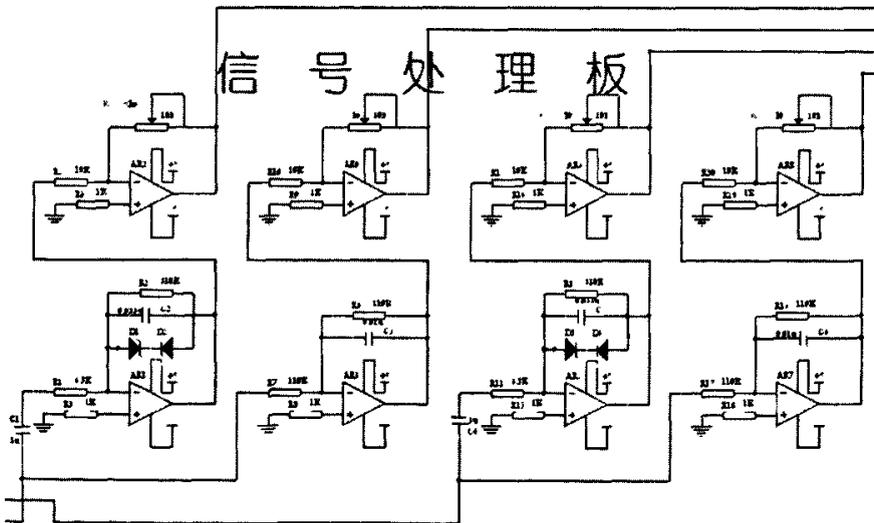


图 2-4 信号处理电路原理示意图

信号处理部分主要有两个功能。一是构造状态观测器，实现对状态变量  $\dot{\varphi}$ ,  $\dot{\theta}$  的

构造，这里采用的是典型的微分电路实现的；二是使得状态变量  $\varphi, \theta, \dot{\varphi}, \dot{\theta}$  可调，这样在调试的过程中可以调节各状态反馈系数  $k$ ，使其在某个范围内实现平滑调节，以达到最好的控制效果，信号处理部分电路图如图 2-4 所示，图中左边两路输入为  $\varphi, \theta$  信号的输入电压，上边四路为经过放大的各信号  $\varphi, \theta, \dot{\varphi}, \dot{\theta}$  输出电压。

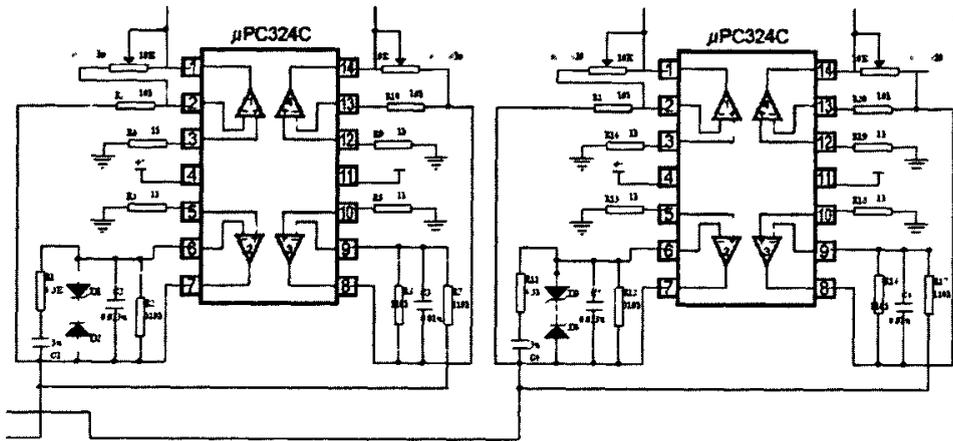


图 2-5 信号处理电路硬件接线图

由图 2-4 可见，这里应用了八个运算放大器，其中 AR1、AR2 在摆杆的偏转角度速度反馈系数  $k_3$  的可变电阻的配合下用来产生  $k_3 \dot{\varphi}$  信号；AR5、AR6 在倒摆偏转角度速度反馈系数  $k_4$  的可变电阻的配合下用来产生  $k_4 \dot{\theta}$  信号；AR3、AR4 在摆杆偏转角度反馈系数  $k_1$  的可变电阻的配合下用来产生  $k_1 \varphi$  信号；AR7、AR8 在倒摆偏转角度反馈系数  $k_2$  的可变电阻的配合下用来产生  $k_2 \theta$  信号。这里，实际上实现了状态反馈系数与状态变量的乘积运算，即  $K \begin{bmatrix} \varphi, \theta, \dot{\varphi}, \dot{\theta} \end{bmatrix}^T$ 。实际硬件电路接线图 2-5 所示。

在图 2-4 和图 2-5 中，D1、D2、D3、D4 的作用是限幅保护作用，均为 5v 稳压管，防止阻塞，C1，R2 和 C4，R12 与相关运放组成了两个微分器，R1，R11 起限流作用，R2，R12 的设置是防止低频信号增益过大，C2，C5 小电容提供相位补偿，使电路稳定性更好。

通过改变图中四个可变电阻，可调整  $\dot{\varphi}$  信号的放大系数、 $\varphi$  信号的放大系数、 $\dot{\theta}$  信号的放大系数和  $\theta$  信号的放大系数，其本质作用是改变状态反馈增益矩阵中各元素值。

本电路中的电阻电容等都很容易选择，没有特性要求，upc324c 芯片集成有四个运放，单个运放的电路结构图如图 4-5 所示，此芯片供应电流消耗很低，共模输入影响小，具备积分频率补偿功能，电压输出范围较宽 ( $-U \sim +U-1.5v$ )，有短路输出保护。

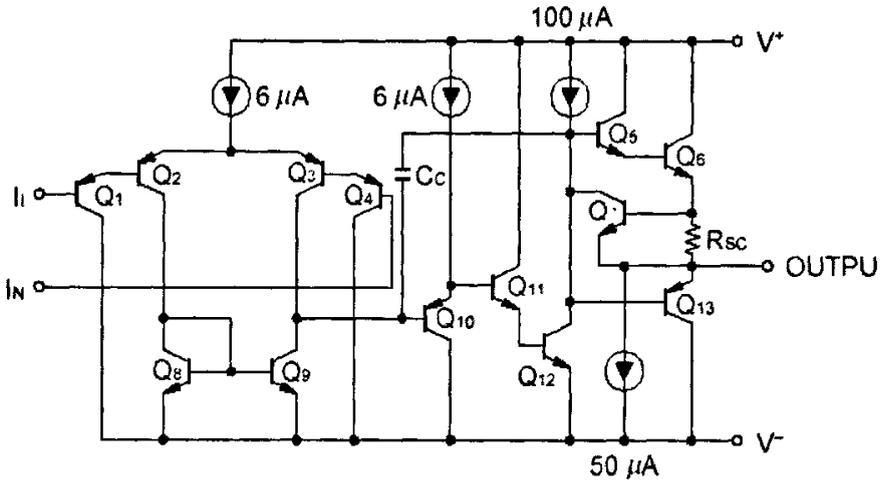


图 2-6 upc324c 内部结构图

### 2.2.3 模拟控制器电路

由于反馈系数与状态变量乘积已经在信号处理电路中实现，控制部分就显得比较简单，根据状态反馈理论可知，只需完成对前级四个经过放大处理的输出信号的简单加法运算，其原理图如图 2-7 所示，图中左边四路输入信号为四个处理后的状态变量，右边为经过加法运算后的输出电压信号，输出至 PWM 功放部分。

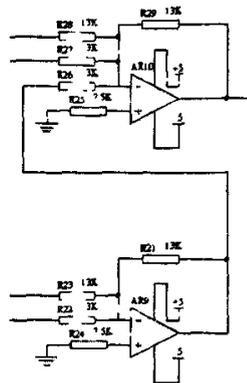


图 2-7 控制部分原理图

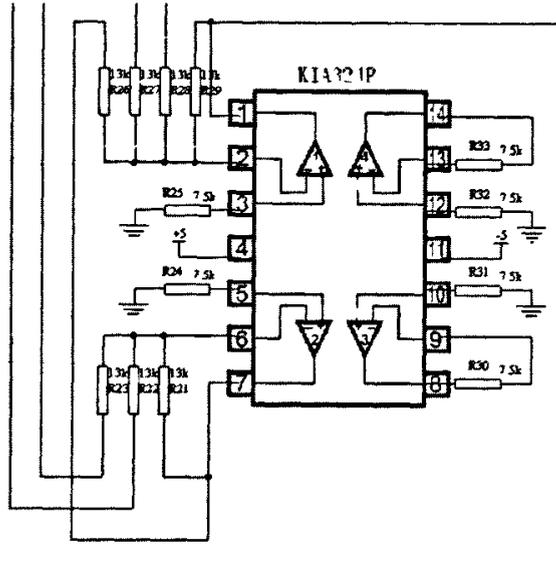


图 2-8 模拟控制器接线图

由图可见，这里控制部分实现的是  $u = k_1\varphi + k_3\dot{\varphi} + k_2\theta + k_4\dot{\theta}$  运算，其中采用了 kia324p 芯片，接线图如图 2-8 所示。由于在信号处理电路中，已经对信号做了限幅处理，这里就不再加保护措施，应该注意到，由于芯片电源 +Vcc 为 +5v，-Vcc 为 -5v，那么控制部分的输出值仍然是介于 -5v~+5v 之间的。

kia324p 是 NEC 公司的典型运算放大器芯片，每块芯片集成四个运放，kia324p 共模抑止比也比较大，放大线性良好，如图 2-9 所示。

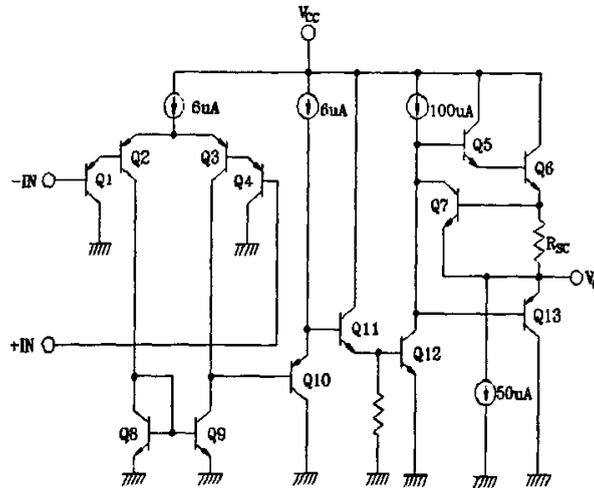


图 2-9 kia324p 芯片四分之一电路结构图

### 2.2.4 倒立摆 PWM 功放电路

控制对象的执行电机是 SYL-5 直流永磁力矩电机，其参数为  $M_e=0.49\text{Nm}$ ， $I_e=1.8\text{A}$ ， $V_e=20\text{v}$ ， $n_0=500\text{r/min}$ ，设计中采用了 PWM 功放技术，控制器输出产生的控制信号  $u$ ，通过与三角波形比较，产生 PWM 波形<sup>[23]</sup>，然后再进行功率放大，输出 OUT1 和 OUT2 加载至控制电机上，其原理图如图 2-10 所示，右侧输入为控制器输出的控制信号电压，左侧功放电路的两个输出端  $U_{out1}$ 、 $U_{out2}$ 。

图 2-10 PWM 功放电路原理图中，AR12、AR13、AR14 和相关电阻电容组成双极性三角波发生器，其波幅为  $+5\text{v}$ 、 $-5\text{v}$ ，通过 AR11 和相关电阻电容，控制器输出的控制信号  $u$  与三角波比较生成 PWM 信号波形，其电平为  $+12\text{v}$ 、 $-12\text{v}$ ，PWM 信号波形经过功率放大电路生成控制直流电机的 OUT1、OUT2 信号。D5、D6、R50、R52、Q1、Q2 组成的电路兼有反相和隔离作用，避免  $\text{kia324p}$  负载过大而损坏，D7、D8、R52、R53、Q3、Q4 原理和作用与其相同，Q5、Q6、D9、D10 组成互补功率放大电路，Q7、Q8、D11、D12 原理、功能与其相同。这样 OUT1、OUT2 就输出了  $+24\text{v}$  或者  $-24\text{v}$  的电压，由于这个功放电路输入是 PWM 信号，因此输出为约 5 倍的放大 PWM 波形。

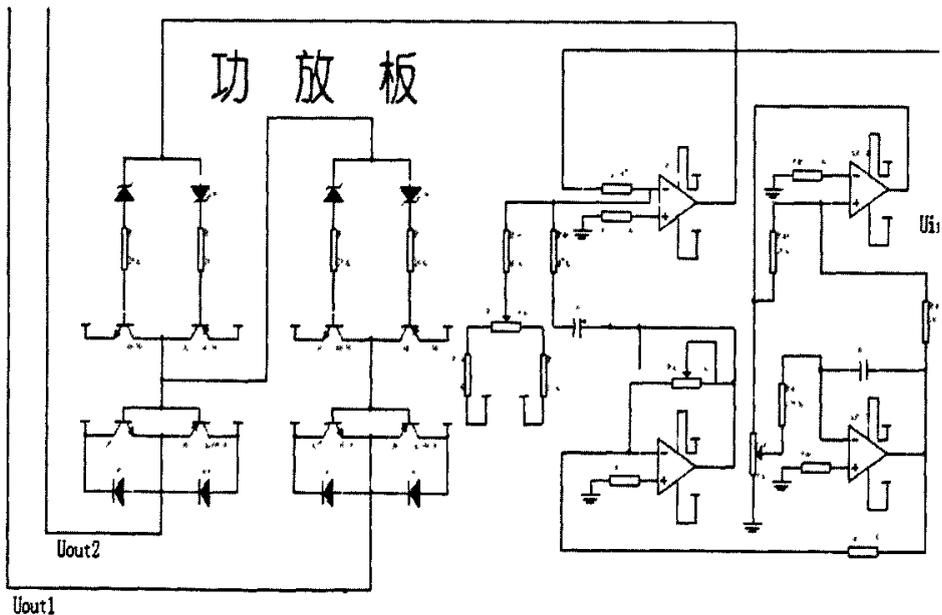


图 2-10 PWM 信号发生器及功率放大电路原理图

PWM 功放电路接线图如图 2-11 所示，其中要求较高的元件是 Q5、Q6、Q7、Q8，其中，3AD30B 型三极管是低频大功率锗 PNP 管，表面积大，散热性能好，3DD102E

是 NPN 型大功率管，表面积大，散热性能好，这两个三极管耐压 300v，耐流 5A，可提供最大功率 50w，其容量足够电机 SYL-5 所需。D5、D6、D7、D8 是  $U_z$  为 5v 的稳压二极管，R50、R51、R52、R53、为 20k 电阻，限流保护作用，D9、D10、D11、D12 也是保护作用。S8050 是 NPN 型 25v 三极管，高功耗，可容大电流，S8050 是 PNP 型 25v 三极管，高功耗，可容大电流。

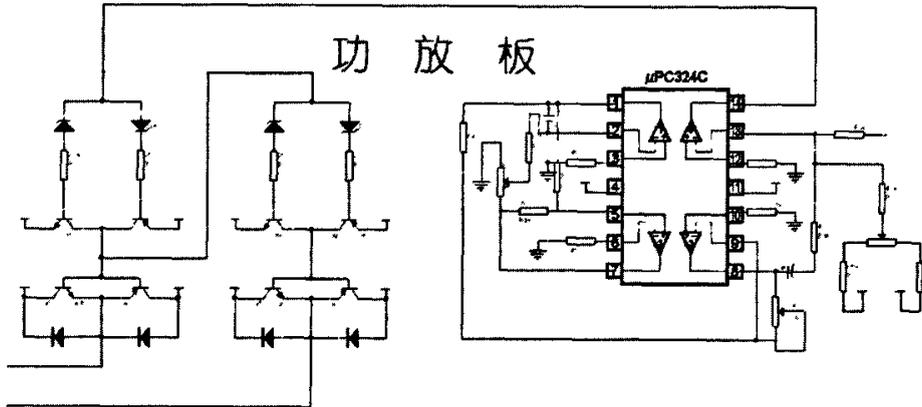


图 2-11 PWM 功率放大电路接线图

## 2.3 基于 MCS-51 的数字控制器硬件电路设计

根据倒立摆控制系统结构示意图 2-1 所示，本控制器接口具有连接多种控制器功能，根据实验及研究课题要求不同，可方便地进行相关实验项目和课题研究。本节所述数字控制器的设计是由单片机实现数字控制器功能。本节重点对数字控制器硬件电路的 A/D 转换，D/A 转换，电平匹配，电平平移、单片机最小系统构成等做出描述。

### 2.3.1 数字控制器的结构组成

采用数字控制器作为控制系统的控制部分，势必需要解决 A/D、D/A 转换问题，以及数字化信息的计算问题，在这个数字控制系统中，除控制器外，仍保留了以上所述控制系统的传感器的数据采集、信号处理电路、PWM 发生器和功放电路，在本节中不再对以上模拟部分赘述，请参照 2.2 节。

### 2.3.2 电平匹配策略

系统采用 ADC0809 芯片, 其输入为  $0\text{v} \sim +5\text{v}$  电压, 输出为  $00\text{H} \sim 0\text{FFH}$  的数字量, 而本系统信号处理部分的四个信号的输出都是  $-5\text{v} \sim +5\text{v}$  的电压量, 它们要匹配 ADC0809 输入信号, 就必须要进行电平转换, 其一为电平缩小, 芯片输入信号范围为  $10\text{v}$ , 而芯片要求输入范围为  $5\text{v}$ , 所以要缩小到原来的  $0.5$  倍; 其二要电平平移, 因为前级产生信号为双极性, 而 ADC0809 要求为单极性, 所以在缩小之后要进行电平平移  $+2.5\text{v}$  方可。由此, 转换公式应该为  $U_1 = 0.5U_0 - 2.5$ 。

由硬件电路模拟部分可知, 它要求单片机处理的信号输出应该是  $-5\text{v} \sim +5\text{v}$ , 然而事实上 DAC 转换器采用的是 DAC0832, 是单极性输出的, 所以又要进行一次电平转换, 包括放大和平移, DAC0832 输出电平信号范围为  $5\text{v}$ , 而 PWM 功放电路要求输入范围为  $10\text{v}$ , 所以要放大到原来的  $2$  倍, 因为 0832 芯片输出为单极性, 而 PWM 功放电路要求输入为双极性, 所以在放大之后要进行电平平移  $+5\text{v}$  方可, 那么理论上拟采用转换公式就是  $U_3 = 2U_2 - 5$

### 2.3.3 ADC0809 电路匹配设计

这个部分是数字控制器设计的一个特色部分, 巧妙地运用了廉价芯片, 解决单极性信号与双极性信号之间的转换问题。输入转换中由于希望使用的芯片最少, 能够放在单片机中处理的尽量放在单片机中用软件处理, 所以实际电路中没有采用  $U_1 = 0.5U_0 - 2.5$ , 而是采用了公式(2-1)

$$U_1 = -0.5U_0 + 2.5 \quad \text{公式(2-1)}$$

实现此转换的电路图如图 2-12 所示, 图中两路总线信号从左至右分别是信号处理电路输出的经过状态变量放大后的倒摆角位移电压信号、倒摆角速度电压信号、摆杆角位移电压信号、摆杆角速度电压信号; 四路输出分别是匹配转换后的四路状态变量信号。这里采用运算放大器实现加减法求和, 以图中四分之一电路为例, 原理计算如公式(2-2)所示。

$$U_1 = -\frac{R_{52}}{R_{55}}U_\theta - \frac{R_{57}}{R_{54}}(-5) = -0.5U_0 + 2.5 \quad \text{公式(2-2)}$$

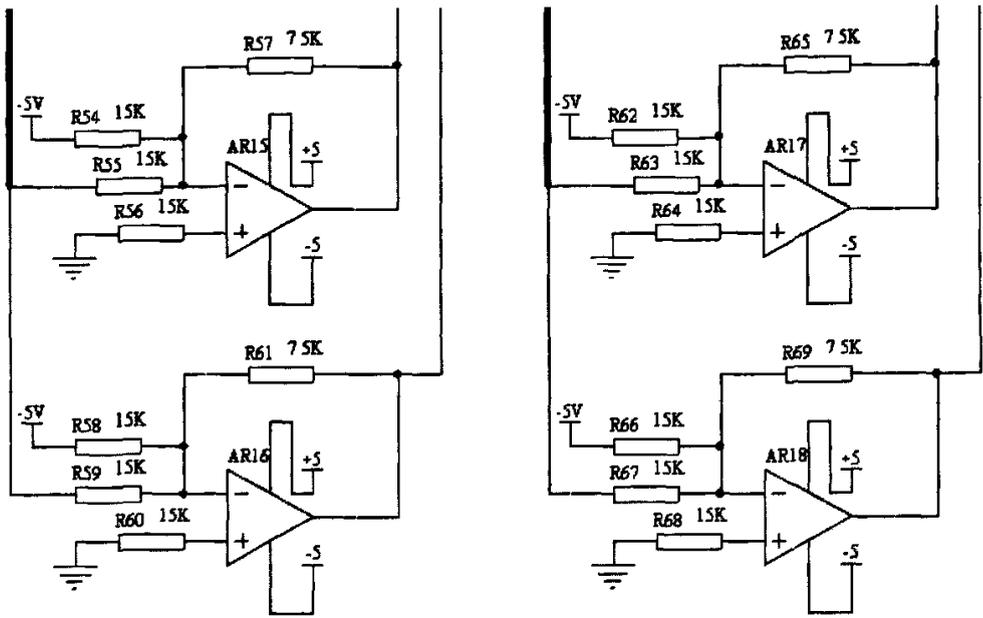


图 2-12 输入电平转换处理原理图

这里采用了 LM324 芯片，含有四个运放，是普通的廉价运放芯片，电路接线图如图 2-13 所示。

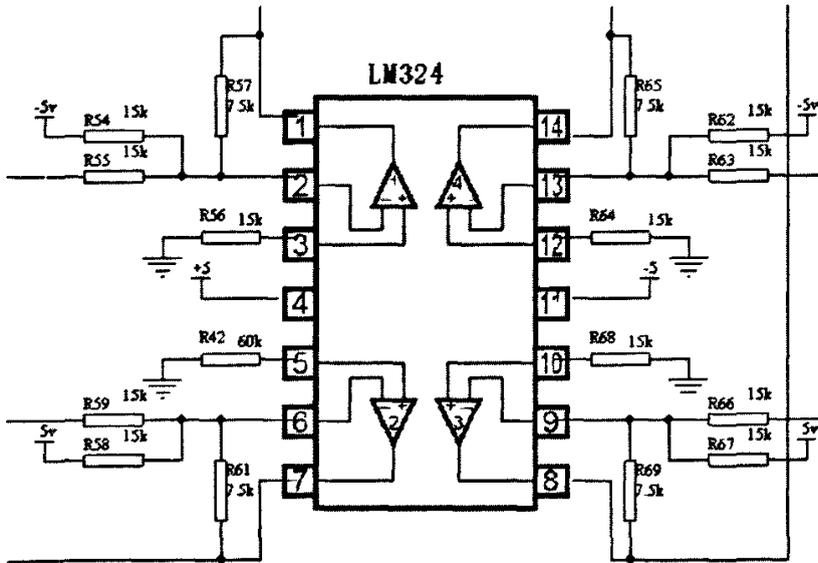


图 2-13 输入电平转换电路接线图

### 2.3.4 DAC0832 电平转换措施

这个部分是数字控制器设计的另一特色部分，输出转换中，由于希望使用的芯片最少，充分利用单片机处理数据能力，所以实际电路依据的是公式(2-3)。

$$U_3 = -2U_2 + 5 \quad \text{公式 (2-3)}$$

实现此转换的电路图如图 2-14 所示。图中与输入转换同理，采用运算放大器实现加减法求和，图中原理计算如公式(2-4)所示。

$$U_3 = -\frac{R_{73}}{R_{71}}U_2 - \frac{R_{73}}{R_{70}}(-5) = -2U_2 + 5 \quad \text{公式 (2-4)}$$

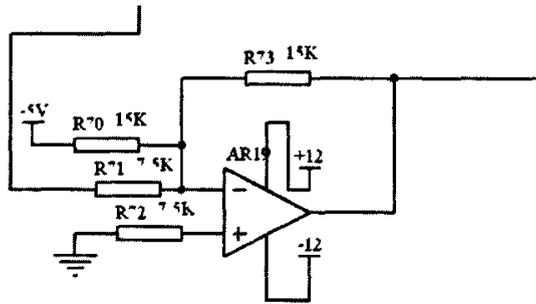


图 2-14 输出电平转换处理原理图

左侧-5v 和 R7 提供电平平移电压，其它部分是放大设计。

输出接线图也是采用了 LM324 芯片，这里就不再介绍其图形，具体可以参见附录中的倒立摆控制系统接线图。

### 2.3.5 MCS-51 最小系统构成

本单片机系统采用的是 89C51CUP(Central Processing Unit)<sup>[24]</sup>，配置了扩展的外部程序存储器<sup>[25]</sup>，最小系统如图 2-15 所示，鉴于空间关系，电路图中没有画出扩展外存，其他的部分都已经给出，图中还配置了输入输出转换，限于篇幅，A/D、D/A 转换在这里与最小系统一起介绍。

由图可见，A/D、D/A 转换采用的是 ADC0809 和 DAC0832 芯片<sup>[26]</sup>。ADC0809 是逐次逼近型、8 位并行、单极性、中速模数转换芯片，转换时间为 100us，内含一个 DAC 转换器，所以这里的四个输入必须分时采样、转换，具体实现请见附录中的汇编程序，其输入范围为 0~5V，输出带可控三态缓冲，可与总线直接相连，具有 8 选 1 多路开关，共有 28 个引脚、是双列直插式。其内部结构图如图 2-16 所示。

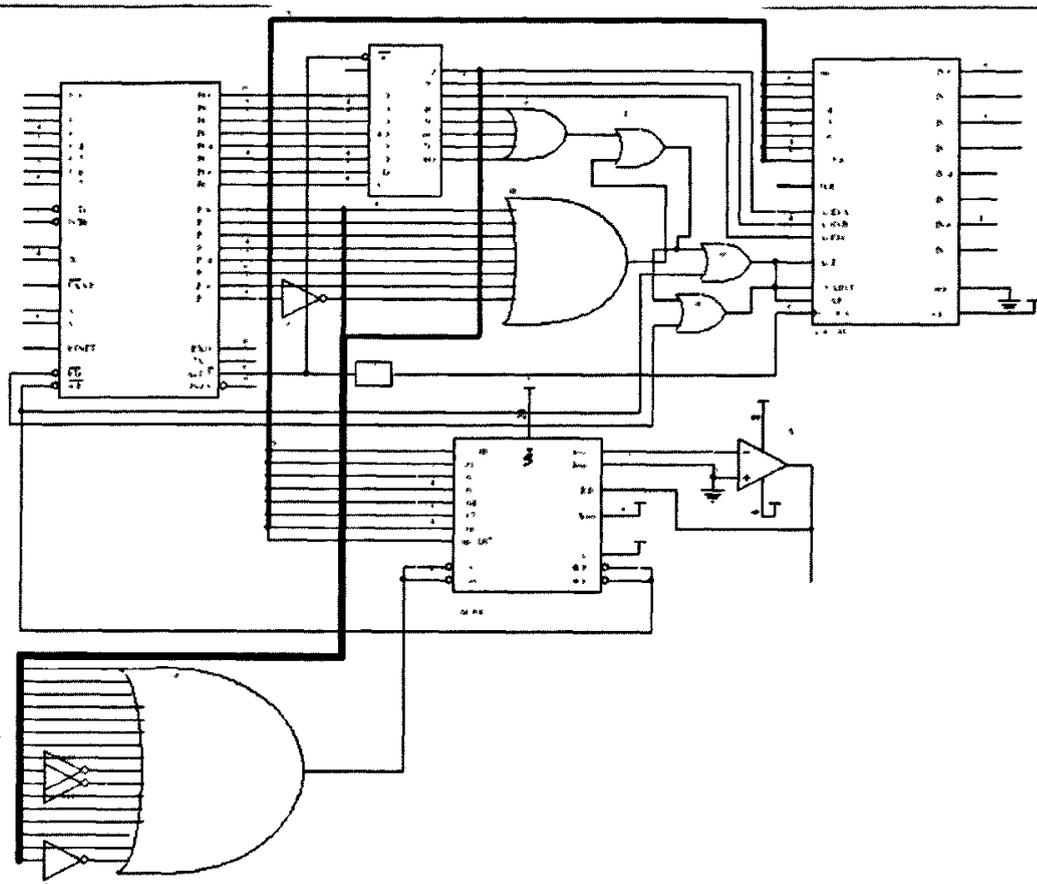


图 2-15 单片机最小系统构成

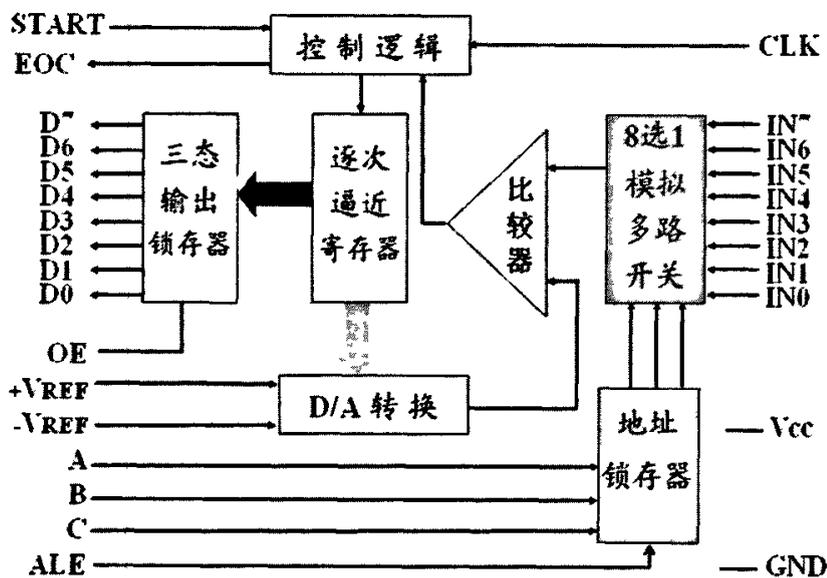


图 2-16 ADC0809 内部结构图

DAC0832 是 8 位并行、中速、电流型 D/A 转换器，转换建立时间大约为  $1\mu\text{s}$ 、价格低廉，约 10~20 元，20 个引脚，双列直插式，芯片内部结构图如图 2-17 所示。

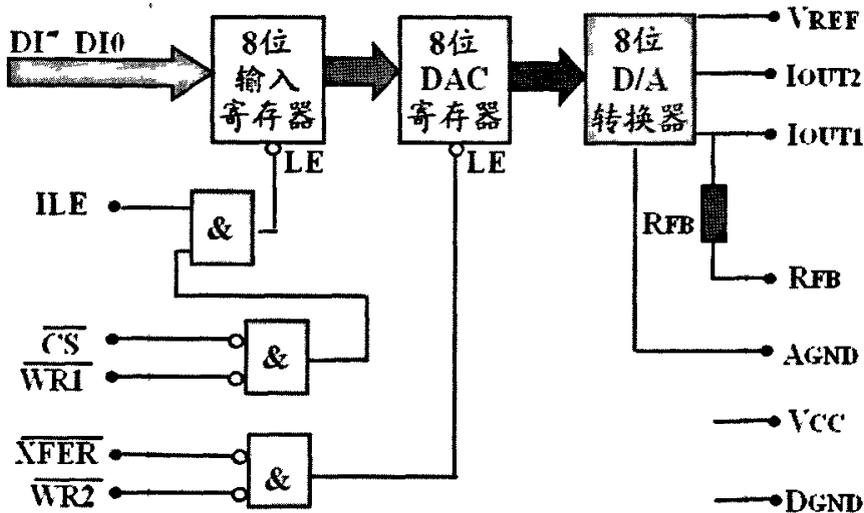


图 2-17 DAC0832 内部结构图

DAC0832 可以工作在单缓冲或者双缓冲工作方式，双缓冲工作方式一般用于多路同时输出，但是本系统仅仅只有一路输出，所以采用单缓冲方式，输入寄存器为缓冲方式，DAC 寄存器应用直通方式，搭线后的具体编程方法请参考 3.2.4 节。

## 2.4 倒立摆控制系统硬件调试

硬件各个部分的调试都比较顺利，软件编译错误也很容易纠正，但是综合起来的系统调试显得稍微复杂和困难，需要匹配的较多。

### 2.4.1 倒立摆电位计整定

当系统调试到基本可以达到控制倒摆的竖立状态的时候，进一步调整硬件系统显得格外重要<sup>[7]</sup>，其中非常重要的一点就是零点选择，也就是校零。

对于摆杆的校零，倒立摆控制系统没有苛刻的要求，如果摆杆的零点不在某个位置，那么，摆杆“按道理”可以停留在其他位置，不会影响系统的稳定性，最多就是使得系统的摆杆摆的范围受到一点点限制。然而，当通过校零调节，使倒摆与竖直方向的角度偏差比较大的时候，期望的“平衡点”就不再是竖直位置，那么在

“平衡点”系统给定不是零，而是相对于给了系统一个重力扰动，这个扰动力产生扰动力矩，依据控制理论分析结论，该系统也是可以稳定的，但是实际上系统硬件远远不够“理想”，所以，倒摆就会在零点附近产生很大的抖动，这一点笔者在调试过程中深有感触。总之，倒立摆的机械零点和电气零点的调节，对倒立摆的稳定至关重要。

大的角度偏差需要系统的机械调零，就是在硬件上调节电位计的旋转位置，小的调节或者说微调就需要通过各自的调零电位计进行调整，这样可以达到精确调零的目的。

#### 2.4.2 数据采集与 PWM 功放给定调节

本控制系统的调节的另外一个重要方面就是电平转换中的严格匹配调节，由 2.2 节可以知道，由于系统的硬件原因，系统需要进行电平转换处理，进入 ADC0809 芯片之前，需要进行缩小和平移，如 2.3.3 公式(2-1)，由公式可知，理论上，当倒摆系统为零的时候，由转换公式，要把它转变成 2.5v，但是事实上，经过笔者调试验证，当输入为 2.5v 的时候，ADC0809 模数转换输出数字量并不是 80H，而是 92H，偏差很大，如果不进行硬件调节，系统将会有灾难性的错误，很有可能导致整个系统的瘫痪，经过不断的调节测试，笔者得出的结论是需要倒摆为零值的时候将其缩小后平移 2.16v 才能满足要求，也就是说当输入为 2.16v 时，ADC0809 转换出的数字量是 80H，解决方案是在设计电平转换电路的时候采用 10k $\Omega$  的可变电阻代替了 R54、R58、R62、R66，细微调节这四个电阻，可以最终使得当倒摆系统零值时采样到单片机中的数据是 80H (79H~81H)。

经数字控制器运算完成之后，将控制信号的数字量进行数模转换的时候，同样存在这个问题，单片机输出为 80H 数字量时，经过 DAC0832 转换出去的模拟量并不是 2.5v，解决方案与模数转换前电平转换同理，采用的方法相同，这里不再赘述。

#### 2.4.3 倒立摆参数精确度要求

经过整个调试过程后得知，系统对于控制系统参数的精确度要求比较严格：

(1) 在应用线性控制理论设计控制器时，特别是在线性化过程中，模型精度要求较高。比如  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ 。如果参数不够准确，控制系统就会存在不够稳定或

者不够理想等问题。

(2) 控制系统的相关状态反馈变量所用到的传感器(采样电位计)精确度要求比较高,否则直接影响到整个控制系统的稳定性指标。

## 2.5 控制系统优化方案

实际上,如果本系统在模拟部分不采用微分信号处理功能,那么只要采用两路 A/D 转换,转换倒摆和摆杆的角位移信号,那么在单片机中可以实现对信号的微分操作,鉴于实际硬件系统的需要和采样时间的考虑,控制器的设计并没有采用这种方式,而是在这里做为一种实现方案提出来<sup>[29]</sup>。其二,倒立摆控制系统对倒摆和摆杆的零点,特别是电气零点的调节,要求非常严格,为调整方便,可以用数字量的比较进行零点调节。其三,为了方便准确地实现倒立摆稳定控制,状态反馈矩阵的系数,即各状态变量对应放大倍数,同样可以数字量形式在程序中进行精确设置。其四,将功放电路的分立元件,改用集成度更高的功放模块。为了保证倒立摆实验装置实验过程中的安全性,对电机的电压驱动进行保护电路设计,十分必要。

本章进行了倒立摆控制系统的硬件设计,详细阐述了整个系统的电路设计、包括模拟控制器硬件设计和数字控制器硬件设计,分析了关键技术的解决方案,并且对其他可行性设计方案进行了讨论,整个控制系统在软件配合下调试取得成功。

## 2.6 小结

本章对倒立摆控制系统的硬件结构进行了介绍,在此基础上对控制系统中各单元电路进行了设计,对系统的各硬件电路的实现方法、调试过程和注意的问题都进行了阐述,特别是对 A/D、D/A 转换过程中的电平匹配问题进行了深入的讨论,并强调其在控制实现过程中的重要性。最后,对控制系统的可行性优化方案进行了讨论。

### 第三章 基于 MCS-51 控制器算法的软件设计与实现

硬件设计完成之后，软件的编写是主要工作。本控制系统的软件设计采用的是汇编语言，经过反复修改和不断调试，最终比较理想地实现了对倒立摆的稳定性控制，下面具体介绍编写此程序的算法、思想和过程。

#### 3.1 控制系统软件流程

倒立摆控制系统的控制程序主要分为四个部分，1、初始化部分，对中断、定时器等设置。2、采样输入部分，也就是进行 A/D 转换，把四个模拟量转换为对应的数字量，以便在控制算法部分进行处理。3、控制运算部分，对控制算法的硬件实现，这是很重要的。值得注意的是，为了匹配硬件电路最终数据需进行适当转换。4、控制信号输出，即实现  $u$  的 D/A 转换。产生的模拟控制信号  $u$  将输入至 PWM 功率放大电路。

整体流程图如图 3-1 所示。

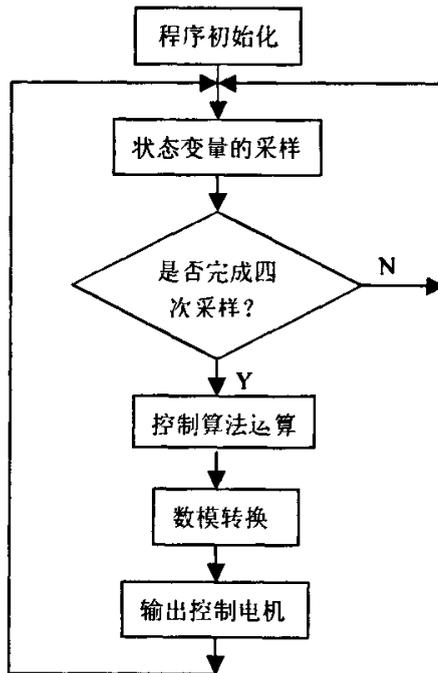


图 3-1 倒立摆控制系统程序流程图

## 3.2 倒立摆控制系统源码制作

### 3.2.1 中断与采样初始化

系统程序的初始化主要有两点，一是对定时中断的设定（见 3.2.2 节），二是对于初次采样的处理。本程序采用的是 T1 定时器中断，其中断处理程序入口地址为 001BH，设置定时方式为方式一，每个采样等待一个毫秒，R7 用来判断本次采样是哪个通道的，是哪个信号，具体设置如下：R7=0 对应 in0 通道（倒摆角度偏转信号）；R7=1 对应 in1 通道（倒摆角度偏转变化率信号）；R7=2 对应 in2 通道（摆杆角度偏转信号）；R7=3 对应 in3 通道（摆杆角度偏转变化率信号）。本系统的晶振频率为 11.0592MHz，机器周期为  $12 \div 11.0592M = 1.0857\mu s$ 。设计的程序初值为 0FC00H，那么延时为  $(65536D - 0FC00H) * 1.0857\mu s = 1.1ms$ ，符合设计要求。具体程序给出如下：

```

A_DPORT EQU      8000H           ;0809 通道 0 地址
D_APORT EQU      8300H           ;0832 口地址
        ORG        0000H
        LJMP       START
        ORG        001BH           ;T1 入口地址
        LJMP       INT_1           ;中断处理程序首址
        ORG        0040H

START:
                                ;以下为初始化部分
        MOV        SP,#60H
        MOV        TMOD,#10H       ;置 T1 为方式 1
        MOV        TL1,#00H        ;延 1mS 的时间常数
        MOV        TH1,#0FCH
        SETB       ET1
        SETB       EA              ;开中断
        MOV        R7,#00H         ;首先转换的是 0 信号
        SETB       TR1             ;定时开始
        MOV        DPTR,#A_DPORT
        MOVX       @DPTR,A         ;启动 A_D 转换
        SJMP      $

```

### 3.2.2 观测器信号采集

对于 A/D 采样数据的状态判断，一般有三种途径。其一是中断法，这种方法可

以及时读入已转换数据,但是对于此系统,四个中断需要判断哪个,稍嫌麻烦,而且如果要改用程序实现信号微分,则难以精确确定两次采样间隔,给升级程序带来困难,所以没有采用中断法;其二是查询法,查询法虽然比较占用系统 CPU,但是本系统中 CPU 没有其他的任务,所以跟中断法有同样及时的优点,但是也具有同样的缺点:对于实现信号微分提供不了精确的时间,所以本系统的程序设计也没有采用查询法;其三是延时法,延时法的缺点是不能够及时将 A/D 转换完成的数据进行读入,但是其优点很明显,容易修改程序,调节采样时间,特别是对于更改策略,实现信号微分升级程序有很大的好处,基于以上优点,本系统判断 A/D 转换状态,采用的是延时法。

中断处理子程序在进行控制算法的运算之前,需要完成以下几项工作。其一,确定所采样的各个信号与各个寄存器之间一一对应,以便控制算法的运算处理;其二,如果是摆杆的角度偏转信号或者角度偏转变化率信号,还须进行取反处理,这个处理和硬件电路图中的一摸一样,请参阅第二章中模拟控制器设计部分;其三,必须保证四个信号被完全采样;其四,如果采样完毕,进行控制算法运算部分功能。

这个部分涉及到的关键技术就是摆杆的角度偏转信号或者角度偏转变化率信号取反处理,由于信号的数字零点是 80H,所以取反处理要求按下式处理,详细内容将在调试章节中进行说明。

$$x' = 100H - x$$

在 R7 寄存器的值与采样输入通道之间一一对应关系确定基础上,在程序中确定, in0 通道采样值(倒摆角度偏转电压信号)存入 R6; in1 通道采样值(倒摆角度偏转变化率电压信号)存入 R5; in2 通道采样值(摆杆角度偏转电压信号)存入 R4; in3 通道(摆杆角度偏转变化率信号)存入 R3。

控制算法实现程序的清单如下:

```
INT_1:  MOV    A,R7                ;判断采样值是哪个变量
        CJNE   A,#00H,NOT00
        LJMP   IS00                ;采样值是 θ 角度
NOT00:  CJNE   A,#01H,NOT01
        LJMP   IS01                ;采样值是 θ 角速度
NOT01:  CJNE   A,#02H,NOT02
        LJMP   IS02                ;采样值是 φ 角度
```

```

NOT02:  LJMPL   IS03           ;采样值是 $\dot{\varphi}$ 角速度
IS00:                                     ;采样值是 $\theta$ 角度的处理程序
        MOV     R7,#01H
        MOV     dptr,#A_DPORT
        MOVX    A,@DPTR       ;读 A_D 数据
        MOV     R6,A
        MOV     DPTR,#A_DPORT+1
        MOVX    @DPTR,A       ;启动下一个 A_D 转换
        MOV     TL1,#00H      ;延 1mS 的时间常数
        MOV     TH1,#0FCH
        LJMPL   RETFLAG
IS01:                                     ;采样值是 $\theta$ 角速度的处理程序
        MOV     R7,#02H
        MOV     dptr,#A_DPORT+1
        MOVX    A,@DPTR       ;读 A_D 数据
        MOV     R5,A
        MOV     DPTR,#A_DPORT+2
        MOVX    @DPTR,A       ;启动下一个 A_D 转换
        MOV     TL1,#00H      ;延 1mS 的时间常数
        MOV     TH1,#0FCH
        LJMPL   RETFLAG
IS02:                                     ;采样值是 $\varphi$ 角度的处理程序
        MOV     R7,#03H
        MOV     dptr,#A_DPORT+2
        MOVX    A,@DPTR       ;读 A_D 数据
        MOV     R4,A
        MOV     DPTR,#A_DPORT+3
        MOVX    @DPTR,A       ;启动下一个启动 A_D 转换
        CLR     C              ;反相过程
        SUBB    A,#80H
        JC     BELOW80H02
        XCH     A,R4
        MOV     A,#80H
        SUBB    A,R4          ;可以不用 CLR C
        MOV     R4,A
        MOV     TL1,#00H      ;延 1mS 的时间常数
        MOV     TH1,#0FCH
        LJMPL   RETFLAG
BELOW80H02:
        MOV     A,R4
        JZ     FF02
        CLR     C

```

```

MOV    A,#80H
SUBB   A,R4
ADD    A,#80H
MOV    R4,A
MOV    TL1,#00H      ;延 1mS 的时间常数
MOV    TH1,#0FCH
LJMP   RETFLAG
FF02:MOV R4,#0FFH
MOV    TL1,#00H      ;延 1mS 的时间常数
MOV    TH1,#0FCH
LJMP   RETFLAG

IS03:                                     ;采样值是  $\dot{\varphi}$  角速度的处理程序
CLR    TR1           ;定时暂停
MOV    R7,#00H
MOV    dptr,#A_DPORT+3
MOVBX A,@DPTR      ;读 A_D 数据
MOV    R3,A
CLR    C             ;反相过程
SUBB   A,#80H
JC     BELOW80H03
XCH    A,R3
MOV    A,#80H
SUBB   A,R3         ;不用 CLR C
MOV    R3,A
AJMP   DATAPROCESS
BELOW80H03:
MOV    A,R3
JZ     FF03
CLR    C
MOV    A,#80H
SUBB   A,R3
ADD    A,#80H
MOV    R3,A
AJMP   DATAPROCESS
FF03:MOV R3,#0FFH

```

程序中的 RETFLAG 是中断返回指令的入口地址。

### 3.2.3 倒立摆控制算法实现

注意到这里的控制算法软件部分的编程，一定要依托硬件系统和控制算法要求。硬件系统要注意到两个公式，即公式(2-1)的输入转换  $U_1 = -0.5U_0 + 2.5$  和公式

(2-3)的输出转换 $U_3 = -2U_2 + 5$ ，控制算法可以依照模拟控制器电路的参数值，注意不能采用仿真得出的系数，因为系数在信号处理板部分是可以调节的，或者说，反馈系数的值，已经在信号处理电路中得到体现。

依托了以上的两个公式和算法后，可以写出汇编程序的控制部分，约定，四值计算之和低八位放在 R2 中，高位放在 R1 中，并对输出进行了限幅。程序中 D\_ATRANS 是 D/A 转换的入口地址，本部分程序如下：

DATAPROCESS:

```

MOV     A,R6
ADD     A,R5
MOV     R2,A
MOV     A,#00H
ADDC    A,#00H
MOV     R1,A
MOV     A,R4
ADD     A,R2
MOV     R2,A
MOV     A,#00H
ADDC    A,#00H
ADD     A,R1
MOV     R1,A
MOV     A,R3
ADD     A,R2
MOV     R2,A
MOV     A,#00H
ADDC    A,#00H
ADD     A,R1
MOV     R1,A

                                ;输出值计算
JZ      MIN                    ;低于 00H 值
DEC     A
JZ      R1IS1
DEC     A
JZ      R1IS2
AJMP    MAX                    ;高于 0FFH

R1IS1:
MOV     A,R2
CLR     C
SUBB    A,#80H
JNC     D_ATRANS
AJMP    MIN

```

```

R1IS2:
    MOV    A,R2
    ADD    A,#80H
    JNC    D_ATRANS
    AJMP   MAX
MAX:                                     ;如果四数之和大于 0280H
    MOV    A,0FFH
    AJMP   D_ATRANS
MIN:                                       ;如果四个之和小于 0180H
    MOV    A,00H
    AJMP   D_ATRANS

```

本部分程序是放在中断服务子程序中的。

### 3.2.4 PWM 功放输入

整个程序设计中,数模转换部分是最简单的,硬件部分对于其工作原理和方式已经做出阐述,这里就不再赘述,只是要注意到数模转换后要再进行 R7 清零、定时器设置等一系列指令,具体程序清单如下:

```

D_ATRANS:
                                           ;数模转换
    MOV    dptr,#D_APORT
    MOVX   @dptr,A
    MOV    P1,A                           ;数据输出

    SETB   TR1                             ;定时开始
    MOV    DPTR,#A_DPORT
    MOVX   @DPTR,A                         ;启动 A_D 转换
    MOV    TMOD,#10H                       ;置 T1 为方式 1
    MOV    TL1,#00H                         ;延 1mS 的时间常数
    MOV    TH1,#0FCH

    SETB   ET1
    SETB   EA                               ;开中断
    SETB   TR1                             ;定时开始

RETFLAG:
    RETI

```

本章详细介绍了控制系统的软件设计,配合硬件对几个关键点的处理方法做了解释,通过以上控制系统的软件设计和硬件设计和调试,实现了对环型一级倒立摆的稳定控制目标。

### 3.3 倒立摆控制系统软件调试

整个软件调试过程中,控制算法理论上没有错误。主要错误有:汇编语言逻辑错误,数据处理错误,设置不合理等问题。

#### 3.3.1 数据采集调试

1. 调试过程中,数据采集部分的问题是最多的,首先就是采样频率的问题,前文已经阐述为什么选择延时法的问题,开始希望充分利用 CPU,充分利用 ADC0809 的速度,所以设置采样频率为 0.2ms (ADC0809 转换时间为 0.1ms),当软件其他部分已经调节没有错误时候,倒立摆仍然不能稳定竖立,经反复调试才得出结论:采样频率达到 0.5ms 的时候才保证系统稳定运行。笔者对于 CPU 利用率和 ADC0809 的利用率的担心是没有必要的,资料表明,像这样的倒立摆系统延迟 20ms 对控制不会有什么大的影响,所以四路采样每路定时 5ms 都是可以的,笔者在做测试的时候也对其进行了验证,最后采用的是 1ms 的定时采样。

2. 本部分第二个严重的问题是对转换公式  $x' = 100H - x$  的软件处理。起初没有考虑到边缘情况:采样为零时(被采样信号小于等于零的时候),忘记此情况下要对进位进行处理,按照要求应该是最大值,但是起初没有处理的时候却成了最小值,相当于对倒立摆施加了反向的力。

解决程序详见程序清单。

#### 3.3.2 其他代码问题

软件调试遇到的问题很多是逻辑问题,比如忘记对 ACC 清零,跳转处理,数据边沿处理等,还有一个没有完全解决的问题就是代码冗余的问题。

### 3.4 小结

本章对基于 MCS-51 单片机实现的数字控制器的控制算法实现进行了程序设计与调试,对中断与采样初始化、观测器信号采样、倒立摆控制算法和 PWM 功放输出进行了详细的阐述,并就调试中遇到的主要问题进行了讨论。

## 第四章 倒立摆的控制策略研究与仿真

### 4.1 倒立摆模型的建立

我们可以将环型倒立摆对象视为功率放大器、力矩电机、摆杆和倒摆等的组合体，对象的输入量是 PWM 功率放大器的输入电压信号  $u$ 。对环型一级倒立摆而言，其输出是倒立摆的摆杆的水平偏转角度  $\varphi$  和倒摆的垂直偏转角度  $\theta$ ，如图 4-1 所示；对环型二级倒立摆而言，其输出可以视为倒立摆的摆杆的水平偏转角度  $\varphi$ 、下倒摆的垂直偏转角度  $\theta_1$  和上倒摆的垂直偏转角度  $\theta_2$ ，如图 4-2 所示。

对于一个较为复杂的实际系统或研究对象，要完全准确地描述出它的数学模型是十分困难的。为了解决实际系统或研究对象的控制问题，有必要对系统中的一些次要因素进行忽略，使系统得到必要的简化，从而得到系统的近似数学模型。对倒立摆系统建模的方法通常有两种，一是采用动力学方程的力矩平衡法，二是采用基于系统能量的 Lagrange 方程法建立倒立摆的数学模型<sup>[29]</sup>。

为了建立环型倒立摆的数学模型，对于其物理特性在不影响试验效果的前提下，作出如下假设：

- (1) 摆杆与倒摆均为匀质刚体
- (2) 倒摆与角度电位计轴间摩擦力矩  $M_f$  与角速度  $\dot{\theta}$  成正比，设  $M_f = c \cdot \dot{\theta}$
- (3) 电机输出力矩  $M_c$  与控制电压  $u$  成正比， $M_c = K \cdot u$
- (4) 设摆杆处于中间位置时  $\varphi = 0^\circ$
- (5) 设倒摆处于垂直向上位置时  $\theta = 0^\circ$
- (6) 摆杆  $\varphi = \pm 170^\circ$  范围变化
- (7) 倒摆在小范围内变化（一般在  $\pm 5^\circ$  范围内）

对环型一级倒立摆而言，对象中减少了上倒摆，其输出减少了上、下倒摆相对角度偏转，没有了上倒摆对下倒摆的影响。

### 4.1.1 环型一级倒立摆模型的建立

系统如图 4-1 所示，结构参数是控制系统设计必须依赖的内容，环型一级倒立摆的参数正确与否也是控制系统成功与否的关键。相关参数如下。

$l_1$ : 摆杆长，单位为 m，

$l_2$ : 倒摆长，单位为 m，

$m_1$ : 匀质摆杆质量，单位为 kg，

$m_2$ : 匀质倒摆质量，单位为 kg，

$c$ : 倒摆与角度电位计轴向摩擦力矩系数，单位为 N\*s/rad

$K$ : 直流放大器和电机的放大系数，即堵转力矩折合到摆杆上的力与直流放大器的输入电压之比，单位 N/v

$J_1$ : 摆杆对其重心的转动惯量， $J_1 = m_1 l_1^2 / 3$ ，单位为  $kg \cdot m^2$

$J_2$ : 倒摆对其重心的转动惯量， $J_2 = m_2 l_2^2 / 12$ ，单位为  $kg \cdot m^2$

$\varphi$ : 摆杆的水平偏转角度，当摆杆处于参考位置时，其值为零，单位为 rad

$\theta$ : 倒摆的垂直偏转角度，当倒摆处于垂直位置时，其值为零，单位为 rad

$u$ : 控制器向被控对象输出的控制电压，单位为 V

$g$ : 重力加速度常数，单位为  $m/s^2$

图 4-1 中  $m_2 \varphi l_1 l_2 \cos \theta / 2$  是摆杆对倒摆作用力矩，倒摆对摆杆作用力为反作用力，由牛顿定律可知两个力大小相等，方向相反（图中未做指示）。

这是一个非惯性系统<sup>30)</sup>，以下是非惯性系统动力学方程建立与状态方程推导。

首先以倒摆为研究对象，摆杆为参照物，根据刚体定轴转动定律，可列出如下动力学方程：

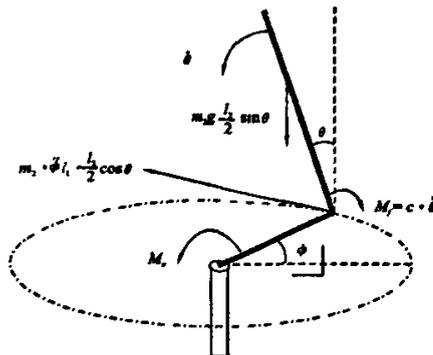


图 4-1 倒摆与摆杆的力学图

$$\left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right)\ddot{\theta} = -c\theta + \frac{1}{2}m_2gl_2 \sin\theta - \frac{1}{2}m_2l_1l_2\ddot{\varphi} \cos\theta \quad \text{公式(4-1)}$$

同理,再以摆杆与倒摆为研究对象,底座为参照物,可列动力学方程如下:

$$\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right)\ddot{\varphi} = Mc - \frac{1}{2}m_2l_1l_2 \frac{d^2}{dt^2} \sin\theta \quad \text{公式(4-2)}$$

由于该类型倒立摆没有摆起控制,那么初始状态可以认为在竖直附近,变化段也在其附近,即可以认为 $\theta \approx 0$ ,那么线性化为 $\sin\theta \approx \theta$ ,  $\cos\theta \approx 1$ ,又有 $M_c = Ku$ ,因此公式(4-1)、公式(4-2)可以线性化为方程组(4-3)、(4-4):

$$\left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right)\ddot{\theta} = -c\theta + \frac{1}{2}m_2gl_2\theta - \frac{1}{2}m_2l_1l_2\ddot{\varphi} \quad \text{公式(4-3)}$$

$$\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right)\ddot{\varphi} = Ku - \frac{1}{2}m_2l_1l_2\ddot{\theta} \quad \text{公式(4-4)}$$

对公式(4-3)、公式(4-4)进行线性变换,使其具有状态空间的标准表达式。状态方程和输出方程分别为

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ y = CX \end{cases} \quad \text{公式(4-5)}$$

对方程式(4-3), (4-4) 进行线性变换,得:

$$\begin{aligned} \left\{ \left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right) \left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right) - \left(\frac{1}{2}m_2l_1l_2\right)^2 \right\} \ddot{\theta} = & -c \left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right) \theta \\ & + \frac{1}{2}m_2l_1l_2 \left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right) \theta - \frac{1}{2}m_2l_1l_2 Ku \end{aligned} \quad \text{公式(4-6)}$$

$$\begin{aligned} \left\{ \left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right) \left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right) - \left(\frac{1}{2}m_2l_1l_2\right)^2 \right\} \ddot{\varphi} = & c \cdot \frac{1}{2}m_2l_1l_2 \theta \\ & - \frac{1}{2}m_2gl_2 \cdot \frac{1}{2}m_2l_1l_2\theta + \left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right) Ku \end{aligned} \quad \text{公式(4-7)}$$

依照公式(4-5)标准状态方程以及输出方程式,令:

$$X = [\varphi \quad \theta \quad \dot{\varphi} \quad \dot{\theta}]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{32} & 0 & a_{34} \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \quad 0 \quad b_3 \quad b_4]^T$$

$$C = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$$

$$\text{令: } a = \left( \frac{1}{4} m_2 l_2^2 + J_2 \right) \left( \frac{1}{4} m_1 l_1^2 + J_1 + m_2 l_1^2 \right) - \left( \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \right)^2$$

计算状态空间方程式中各个参数如下:

$$a_{32} = \frac{-\frac{1}{2} m_2 g l_2 \cdot \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2}{a}$$

$$a_{34} = \frac{c \cdot \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2}{a}$$

$$a_{42} = \frac{\frac{1}{2} m_2 g l_2 \left( \frac{1}{4} m_1 l_1^2 + J_1 + m_2 l_1^2 \right)}{a}$$

$$a_{44} = \frac{-c \left( \frac{1}{4} m_1 l_1^2 + J_1 + m_2 l_1^2 \right)}{a}$$

$$b_3 = \frac{\left( \frac{1}{4} m_2 l_2^2 + J_2 \right) K}{a}$$

$$b_4 = \frac{-\frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 K}{a}$$

环型一级倒立摆的结构参数如下:

摆杆长  $l_1 = 0.115 \text{ m}$ , 摆杆质量  $m_1 = 0.19 \text{ kg}$ , 摆杆对质心转动惯量  $J_1 = m_1 l_1^2 / 12$ , 倒摆长  $l_2 = 0.6 \text{ m}$ , 倒摆质量  $m_2 = 0.128 \text{ kg}$ , 倒摆对质心转动惯量  $J_2 = m_2 l_2^2 / 12$ 。

相关参数  $C = 0.00157 \text{ N} \cdot \text{s/rad}$ ,  $K = 0.08534 \text{ N} \cdot \text{m/V}$ 。

由以上参数推导, 可得矩阵各元素值, 各参数值计算过程从略, 其结果如下给出:  $a_{32} = -85.843$ ,  $a_{34} = 0.35813$ ,  $a_{42} = 49.181$ ,  $a_{44} = -0.20518$ ,  $b_3 = 67.711$ ,  $b_4 = -19.458$ 。于是可得状态空间表达式公式(4-8)。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -85.843 & 0 & 0.35813 \\ 0 & 49.181 & 0 & -0.20518 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \\ &+ [0 \quad 0 \quad 67.711 \quad -19.46] u \end{aligned} \quad \text{公式(4-8)}$$

$$Y = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

在已经给出状态空间表达式，状态方程和输出方程已知的情况下，很容易得到系统的传递函数，公式(4-9)，计算过程如下：

$$\begin{aligned} G(S) &= C(SI - A)^{-1}B + D \\ &= [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \left( s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{32} & 0 & a_{34} \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \right)^{-1} [0 \quad 0 \quad b_3 \quad b_4]^T + 0 \\ &= \frac{-b_1(s - a_{44})s^2 - b_4s^2}{s^4 - a_{44}s^3 - a_{42}s^2} \\ &= \frac{-b_1s^3 + (b_1a_{44} - b_4)s^2}{s^4 - a_{44}s^3 - a_{42}s^2} \\ &= \frac{(1.7764e-015)s^3 - 19.458s^2}{s^4 + 0.20518s^3 - 49.181s^2} \end{aligned}$$

将其转换为零极点增益模型如下

$$G(S) = (1.7764e-015) \frac{s^2(s-1.0954e+016)}{s^2(s+7.1162)(s-6.9111)} \quad \text{公式(4-9)}$$

由传递函数可得系统特征方程式(4-10)，显然这个系统是不稳定的，需要设计控制器才可以使系统稳定。

$$\det = s^2(s+7.1162)(s-6.9111) \quad \text{公式(4-10)}$$

至此，在已知环型一级倒立摆的系统构成与参数前题下，建立了非惯性系统的动力学方程，并推导出系统状态空间方程和传递函数，从而，为环型一级倒立摆运动特性的仿真与控制策略研究提供了基础，

### 4.1.2 环型二级倒立摆模型的建立

研究动力学问题的另外一种重要途径就是分析力学，它更多的把系统看作一个整体，并且利用如动能、势能之类的纯量来描述函数。这里，采用分析力学中的 Lagrange 方程<sup>[31][32]</sup>来建立环型二级倒立摆的数学模型<sup>[33]</sup>。该方程具有特点如下<sup>[34]</sup>：可以获得数目更少的运动方程、只需分析已知的主动力而不必分析未知的约束力、具有很好的对称性即对于同一位形空间中的每个坐标而言各方程都具有相同的形式、以能量观点建立起来的运动方程、只需分析系统的动能和广义力。因此，用 Lagrange 方程来建模可大大简化建模过程。

设：Lagrange 方程为：

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q})$$

其中，L 为 Lagrange 算子，q 为系统的广义坐标，T 为系统的动能，V 为系统的势能。Lagrange 方程由广义坐标  $q_i$  和 L 表示为：

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = f_i$$

其中， $i = 1, 2, 3 \dots n$ ， $f_i$  为系统沿该广义坐标方向上的外力，在本系统中，设系统的广义坐标分别是  $\varphi, \theta_1, \theta_2$ 。

在忽略了各种磨擦之后，可将该倒立摆抽象成一个匀质摆杆、两个匀质倒摆和两个质量块组成的系统，如图 4-2 所示。

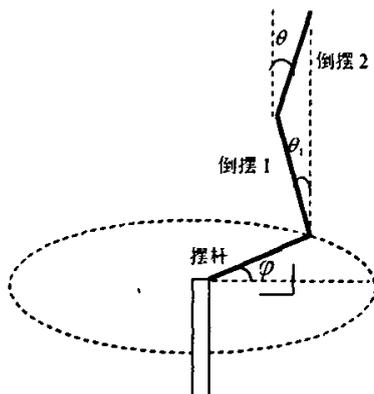


图 4-2 环型二级倒立摆结构示意图

参数如下:

$l_1$ : 摆杆长度, 单位为 m,

$l_2$ : 倒摆 1 长度, 单位为 m,

$l_3$ : 倒摆 2 长度, 单位为 m,

$m_1$ : 匀质摆杆的质量, 单位为 kg,

$m_2$ : 匀质倒摆 1 的质量, 单位为 kg,

$m_3$ : 匀质倒摆 2 的质量, 单位为 kg,

$m_4$ : 质量块 1 的质量 (摆杆与倒摆 1 之间的传感器质量), 单位为 kg,

$m_5$ : 质量块 2 的质量 (倒摆 1 与倒摆 2 间的传感器质量), 单位为 kg,

$J_1$ : 摆杆对其重心的转动惯量,  $J_1 = m_1 l_1^2 / 3$ , 单位为  $kg \cdot m^2$

$J_2$ : 倒摆 1 对其重心的转动惯量,  $J_2 = m_2 l_2^2 / 3$ , 单位为  $kg \cdot m^2$

$J_3$ : 倒摆 2 对其重心的转动惯量,  $J_3 = m_3 l_3^2 / 3$ , 单位为  $kg \cdot m^2$

$\varphi$ : 摆杆的角位移, 当摆杆处于参考位置时其值为零, 单位为 rad

$\theta_1$ : 倒摆 1 的角位移, 当倒摆 1 处于垂直位置时其值为零, 单位为 rad

$\theta_2$ : 倒摆 2 的角位移, 当倒摆 2 处于垂直位置时其值为零, 单位为 rad

$u$ : 控制器向被控对象输出的控制电压, 单位为 V

$g$ : 重力加速度常数, 单位为  $m/s^2$

首先计算系统的动能:

$$T = T_{m_1} + T_{m_2} + T_{m_3} + T_{m_4} + T_{m_5}$$

其中,  $T_{m_1}$  为摆杆动能,  $T_{m_2}$  为倒摆 1 的动能,  $T_{m_3}$  为倒摆 2 的动能,  $T_{m_4}$  为质量块 1 的动能,  $T_{m_5}$  为质量块 2 的动能。

$$T_{m_1} = \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{6} m_1 l_1^2 \dot{\varphi}^2$$

$$\begin{aligned} T_{m_2} &= \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \left( \frac{d(l_2 \cos \theta_1)}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m_2 \left( \frac{d(l_1 \varphi - l_2 \sin \theta_1)}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{m_2 (2l_2 \sin \theta_1)^2}{3} + m_2 l_1^2 \right) \dot{\varphi}^2 \\ &= \frac{1}{6} m_2 l_2^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \left( l_2^2 \dot{\theta}_1^2 + l_1^2 \dot{\varphi}^2 - 2l_1 l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \right) + \frac{2m_2 l_2^2 (\sin \theta_1)^2 \dot{\varphi}^2}{3} + \frac{1}{2} m_2 l_1^2 \dot{\varphi}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{m3} &= \frac{1}{2} J_3 \omega_3^2 + \frac{1}{2} m_3 \left( \frac{d(l_1 \dot{\varphi} - 2l_2 \sin \theta_1 - l_3 \sin \theta_2)}{dt} \right)^2 + \\
 &\quad \frac{1}{2} m_3 \left( \frac{d(2l_2 \cos \theta_1 + l_3 \cos \theta_2)}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{m_3 (2l_2 \sin \theta_1 + l_3 \sin \theta_2)^2}{3} + m_3 l_1^2 \right) \dot{\varphi}^2 \\
 &= \frac{1}{6} m_3 l_3^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \left( l_1 \dot{\varphi} - 2l_2 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 - l_3 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \right)^2 + \\
 &\quad \frac{1}{2} m_3 \left( -2l_2 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_3 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \right)^2 + \\
 &\quad \frac{1}{2} \left( \frac{m_3 (4l_2^2 (\sin \theta_1)^2 + l_3^2 (\sin \theta_2)^2 + 4l_2 l_3 \sin \theta_1 \sin \theta_2)}{3} + m_3 l_1^2 \right) \dot{\varphi}^2
 \end{aligned}$$

$$T_{m4} = \frac{1}{2} m_4 \left( \frac{d(l_1 \dot{\varphi})}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} m_4 l_1^2 \dot{\varphi}^2$$

$$\begin{aligned}
 T_{m5} &= \frac{1}{2} m_5 \left( \frac{d(l_1 \dot{\varphi} - 2l_2 \sin \theta_1)}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m_5 \left( \frac{d(2l_2 \cos \theta_1)}{dt} \right)^2 \\
 &= \frac{1}{2} m_5 \left( l_1^2 \dot{\varphi}^2 + 4l_2^2 \dot{\theta}_1^2 - 4l_1 l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \right)
 \end{aligned}$$

可以得到系统动能 T:  $T = \sum_{i=1}^5 T_{mi}$

系统势能为: (以摆杆所在的位置为参考点)

$$\begin{aligned}
 V &= V_{m1} + V_{m2} + V_{m3} + V_{m4} + V_{m5} \\
 &= 0 + m_2 g l_2 \cos \theta_1 + m_3 g (2l_2 \cos \theta_1 + l_3 \cos \theta_2) + 0 + 2m_s g l_2 \cos \theta_1
 \end{aligned}$$

至此得到 Lagrange 算子 L:

$$\begin{aligned}
 L = T - V &= \frac{1}{6} m_1 l_1^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{6} m_2 l_2^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (l_2^2 \dot{\theta}_1^2 + l_1^2 \dot{\varphi}^2 - 2l_1 l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1) + \\
 &\quad \frac{2m_2 l_2^2 (\sin \theta_1)^2 \dot{\varphi}^2}{3} + \frac{1}{2} m_2 l_1^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_3 l_1^2 \dot{\varphi}^2 - m_2 g l_2 \cos \theta_1
 \end{aligned}$$

由于在广义坐标  $\theta_1$  上无外力作用, 有以下等式成立:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0 \quad \text{公式(4-11)}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = 0 \quad \text{公式(4-12)}$$

展开公式(4-11)、公式(4-12), 得:

$$\begin{aligned} & \frac{4}{3}m_2l_2^2\ddot{\theta}_1 - m_2l_1l_2\ddot{\varphi} - 2m_3l_1l_2\ddot{\varphi} + 4m_3l_2^2\ddot{\theta}_1 + 2m_3l_2l_3\ddot{\theta}_2 + 4m_3l_2^2\ddot{\theta}_1 - 2m_5l_1l_2\dot{\varphi} - \\ & m_2gl_2\sin\theta_1 - 2m_3gl_2\sin\theta_1 - 2m_4gl_2\sin\theta_1 = 0 \end{aligned} \quad \text{公式(4-13)}$$

$$-m_3l_1l_3\ddot{\varphi} + \frac{4}{3}m_3l_3^2\ddot{\theta}_2 + 2m_3l_2l_3\ddot{\theta}_1 - m_3gl_3\sin\theta_2 = 0 \quad \text{公式(4-14)}$$

解方程组(4-13)、(4-14)求得:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{\left(m_2 + \frac{1}{2}m_3 + 2m_5\right)l_1\ddot{\varphi} + (m_2 + 2m_3 + 2m_5)g\theta_1 - \frac{3}{2}m_3g\theta_2}{\left(\frac{4}{3}m_2 + m_3 + 4m_5\right)l_2} \quad \text{公式(4-15)}$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{(9m_3l_1 - 11m_2l_1)\ddot{\varphi} - 2g(3m_2 + 6m_3 + 6m_5)\theta_1 + (21m_3 + 12m_5 - 5m_2)\theta_2}{4l_3\left(4m_3 + 4m_5 - \frac{5}{3}m_2\right)} \quad \text{公式(4-16)}$$

依照公式(4-5)标准状态方程以及输出方程式, 令:

$$\begin{aligned} X &= [\varphi \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\varphi} \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2]^T \\ \dot{X} &= \left[ \dot{\varphi} \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \ddot{\varphi} \quad \ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \right]^T \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{52} & a_{53} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{62} & a_{63} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad b_5 \quad b_6]^T$$

$$C = [I_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 3}]$$

采用角加速度作为控制信号电压, 因此还需加上一个方程式:

$$u = \ddot{\varphi}$$

计算状态空间方程式中各个参数如下:



## 4.2 倒立摆的特性分析与仿真

### 4.2.1 环型一级倒立摆的特性分析与仿真

根据环型一级倒立摆传递函数的零极点增益模型公式(4-9)，得系统特征方程式(4-10)，特征值为：

$$ans = [0 \ 0 \ -7.16 \ 6.91]$$

开环系统有落在坐标轴右半平面的极点，是一个不稳定的系统。

以公式(4-8)模型为基础，利用 SIMULINK 仿真软件进行本倒立摆系统的开环仿真非常容易<sup>35)</sup>，也贴合实际系统，给出开环仿真图 4-3 所示。

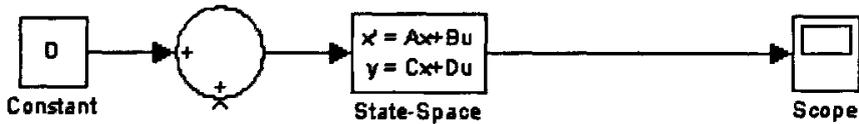


图 4-3 环型倒立摆系统开环 SIMULINK 仿真图

开环仿真采用的了如下参数，给定输入为 0，初始条件的状态向量初值为[0.2, 0.3 ,0 ,0]，其他诸如采样时间等都是采用 SIMULINK 的默认值，仿真结果如图 4-4 所示。

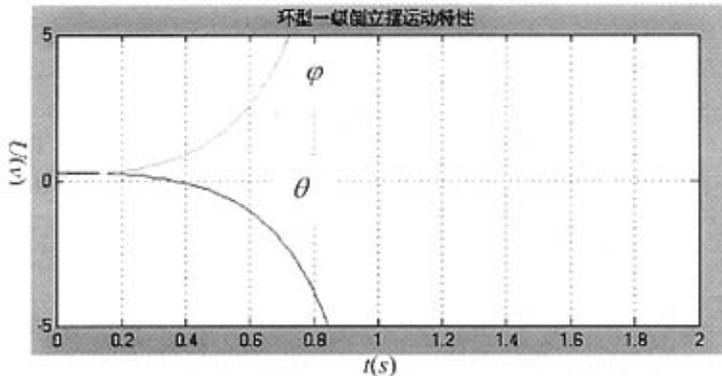


图 4-4 环型一级倒立摆开环系统 SIMULINK 仿真结果图

图中横坐标是时间轴（单位：秒），纵坐标是输出 Y（单位：伏特），由图可见，1 秒内  $\theta$  和  $\varphi$  就会远远偏离零点，表示倒立摆的倒摆在不到一秒的时间内就会倒下去，事实上的实物也是如此，但是笔者构造的数学模型是在竖直域附近的线性化的基础上构建的，当如图 4-4 所示情况发生、 $\theta$  角度偏转较大的时，理想模型已经不能表示实际倒立摆系统了，但是仍然可以得出结论：此开环系统是不稳定的。

### 4.2.2 环型二级倒立摆的特性分析与仿真

由公式(4-17)，利用 MATLAB 相关函数，可以得到环型二级倒立摆数学模型的传递函数矩阵式，并得到特征值为：

$$\text{ans} = [7.3363 \quad 2.2755 \quad -2.2755 \quad -7.3363 \quad 0 \quad 0]$$

开环系统在右半平面存在极点，是一个不稳定的系统。

同理，以公式(4-17)模型为基础，在如图 4-3 仿真图中，开环仿真采用了如下参数，给定输入为 0，初始条件的状态向量初值为 $[0, 0.3, 0.2, 0, 0, 0]$ ，其他诸如采样时间等都是采用的 SIMULINK 的默认值，可得到如图 4-5 所示结果。

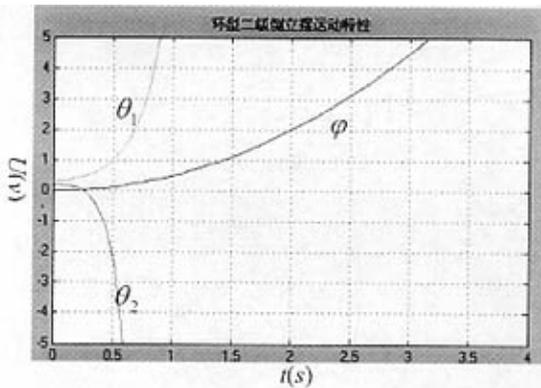


图 4-5 环型二级倒立摆开环系统 SIMULINK 仿真结果图

图中横坐标是时间轴（单位：秒），纵坐标是输出  $Y$ （单位：伏特），由图可见，1 秒内  $\theta_1$  和  $\theta_2$  就会迅速地远远偏离平衡点，表示倒摆 1 和倒摆 2 在不到一秒的时间内就会倒下去，事实上的实物也是如此，但是笔者构造的数学模型是在竖直域附近的线性化的基础上构建的，当如图 4-5 所示情况发生  $\theta_1$  和  $\theta_2$  角度偏转较大时，理想模型已经不能表示实际倒立摆系统了，但是仍然可以得出结论：此开环系统也是不稳定的。

### 4.3 控制方案的选择

在对环型一级、二级倒立摆的数学建模的基础上，通过 SIMULINK 对环型一级、二级倒立摆运动特性的仿真研究与讨论，得出倒立摆是一个绝对不稳定系统的结论。

### 4.3.1 倒立摆的能控、能观性分析

由线性定常系统状态可控性的代数判据可知<sup>[30]</sup>: 线性定常系统  $\sum(A, B)$  状态完全可控的充分必要条件是, 系统的可控性矩阵,  $Q_c = [B: AB: \dots: A^{n-1}B]$  的秩为  $n$ 。线性定常系统  $\sum(A, B)$  状态完全可观的充分必要条件是, 系统的可观性矩阵,  $Q_o = [C: CA: CA^2: \dots: CA^{n-1}]^T$  的秩为  $n$ 。表明, 若  $Q_c$  为满秩, 则系统是状态完全可控的; 若  $Q_o$  为满秩, 则系统是状态完全可观; 若以上两个条件同时满足, 则系统是状态完全可控且完全可观。

倒立摆的可控性及可观性分析, 可以由 MATLAB 的 `ctrb()` 函数和 `obsv()` 函数进行计算。

对环型一级倒立摆而言, 根据公式(4-8), 由 MATLAB 函数计算结果得知:

$$\text{rank}[B: AB: A^2B: A^3B] = 4$$

$$\text{rank}[C: CA: CA^2: CA^3]^T = 4$$

因此, 系统是可控, 且完全可观的。

对环型二级倒立摆而言, 根据公式(4-17), 由 MATLAB 函数计算结果得知:

$$\text{rank}[B: AB: A^2B: A^3B: A^4B: A^5B] = 6$$

$$\text{rank}[C: CA: CA^2: CA^3: CA^4: CA^5]^T = 6$$

因此, 该系统也是可控且完全可观的。

根据线性控制理论可知, 该系统经适当的状态反馈之后, 所得到的闭环系统可以实现稳定控制, 控制律一定存在并且应用观测器是可以完全重构状态的。

### 4.3.2 控制器控制方案分析与选择

从控制理论的发展及技术应用来看, 经典控制理论是控制理论的基础, 以系统传递函数为基础, 运用时域分析法、频域响应法以及根轨迹法可以对单输入/单输出线性定常系统进行性能分析和控制器设计, PID 控制器就是一个典型范例, 它可以用于补偿系统, 并达到大多数特性参数的要求, 被广泛地以多种控制形式, 应用于过程控制等多个领域。随着计算机及相关技术的发展, 伴随着现代控制理论的不断成熟, 为实现多输入/多输出复杂系统的分析、设计与综合, 提供了理论性、系统性

和实用性的保证,状态空间设计法、线性二次型最优控制设计法都是十分典型和成熟的方法。以上控制理论与技术的应用,要求在对象数学模型确定,并进行系统线性化处理的基础上,进行系统的分析、控制设计与综合。

实现对多变量、非线性、不稳定系统,且数学模型不确定的复杂系统的控制,是人工智能控制理论的研究方向,以模糊控制、神经网络控制、遗传算法等具有代表性的理论研究和方法应用日趋深入和广泛。倒立摆作为一种多变量、非线性、高阶不稳定、强耦合的复杂系统,是以上所述控制理论研究与算法实现的典型实验对象,而且研究倒立摆的精确控制,对工业、国防等领域的复杂对象控制具有极高的工程应用价值。

本论文的课题正是来源于本校自动控制实验室面向本科、研究生的实验教学与科学研究的需要,本人试图通过倒立摆实验系统的设计与研究,对本科实验教学(包括实验、课程设计、毕业设计)提供多方位的技术条件和手段,以满足学生在不同阶段,进行不同课题的研究与设计,真正让倒立摆控制系统能够为学生提供验证性、设计性、综合性和研究创新性实验的内容和课题。

正是基于以上原因,本论文在系统硬件组成及方案确定的基础上,对典型 PID 控制、状态空间法、线性二次型最优法、模糊控制在环型一级倒立摆实验装置上的控制进行了讨论、研究与设计;对有关环型二级倒立摆的有效控制也进行了相关控制算法的方法讨论和仿真研究。

## 4.4 基于对象确定数学模型的控制器设计

### 4.4.1 PID 控制策略

在闭环控制系统中,PID 控制器可以用于补偿系统,达到大多数特性参数的要求,它是目前在过程控制中用得最普遍的控制器,它也被广泛应用于各类控制(模拟、数字和适应控制)中。从系统的稳定性、响应速度、超调量和稳态精度等各方面来考虑, $K_p, K_I, K_D$ 的作用<sup>[7]</sup>如下:

(1)、比例系统  $K_p$  的作用是加快系统的响应速度,提高系统的调节精度。 $K_p$  越大,系统的响应速度越快,系统的调节精度越高,但易产生超调,甚至会导致系

统不稳定。 $K_p$ 取值过小,则会降低调节精度,使响应速度缓慢,从而延长调节时间,使系统静态、动态特性变坏。

(2)、积分作用系数 $K_i$ 的作用是消除系统的稳态误差。 $K_i$ 越大,系统的静态误差消除越快,但 $K_i$ 过大,在响应过程的初期会产生积分饱和现象,从而引起响应过程的较大超调。若 $K_i$ 过小,将使系统静态误差难以消除,影响系统的调节精度。

(3)、微分作用系数 $K_d$ 的作用系数是改善系统的动态特性,其作用主要是在响应过程中抑制偏差向任何方向的变化,对偏差变化进行提前预报。但 $K_d$ 过大,会使响应过程提前制动,从而延长调节时间,而且会降低系统的抗干扰性能。

常规PID控制闭环系统原理框图如图4-6所示。

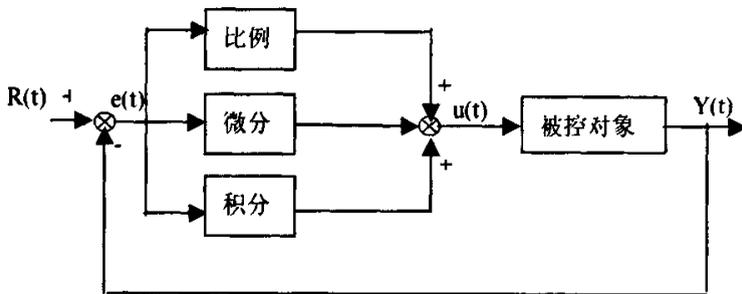


图4-6 模拟PID控制系统原理框图

PID控制作用的一般形式为:

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t)dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad \text{公式(4-18)}$$

式中 $K_p, T_i, T_D$ 分别为比例系数、积分时间常数、微分时间常数。在计算机控制系统中,数字PID控制器的控制规律可表示为:

$$u(k) = K_p e(k) + K_i \sum_{j=0}^k e(j) + K_d [e(k) - e(k-1)] \quad \text{公式(4-19)}$$

由于PID控制器结构简单,设计中不需精确的系统模型,只需对 $K_p, K_i, K_d$ 三个参数进行调整。这里,采用Ziegler-Nichols工程整定的方法<sup>[3]</sup>,该方法基于简单的稳定性分析。首先,置 $K_D = K_i = 0$ (同时,保证采样周期T足够小),然后增加

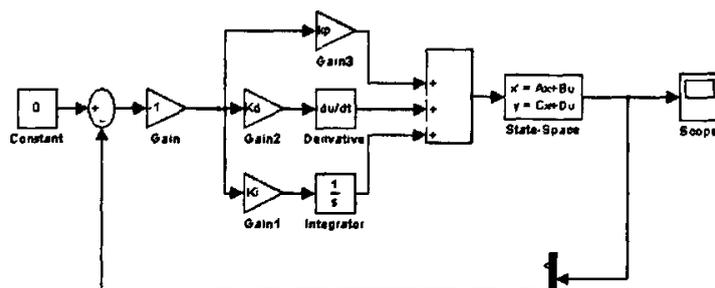
比例系数直至系统开始振荡（即闭环系统极点在  $j\omega$  轴上）。其参数按下式计算：

$$K_p = 0.63K_c \quad T_i = 0.49T_c \quad T_d = 0.14T_c \quad \text{公式(4-20)}$$

其中,  $K_c$  系统开始振荡时临界放大倍数,  $T_c$  临界振荡周期。

该设计方法在设计过程中没有考虑任何特性要求, 但却给予过程控制器提供了好的工作性能。

基于 PID 控制器的环型一级倒立摆控制系统 SIMULINK 仿真结构图 4-7 所示：



取  $K_p = K_D = K_I = 0$ , 倒立摆控制系统的时域仿真曲线如图 4-8 所示。

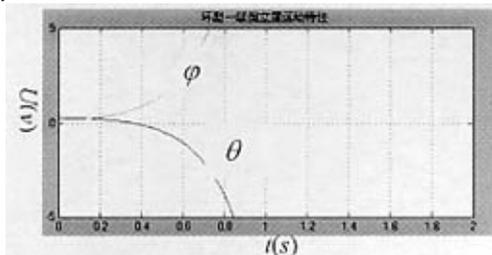


图 4-8 环型一级倒立摆 PID 控制曲线 ( $K_p = K_D = K_I = 0$ )

结论分析：特性曲线本质上反映了环型一级倒立摆的开环特性, 说明原系统为不稳定系统。在  $\varphi$  和  $\theta$  初始条件不为零时, 摆杆、倒摆将在极短时间内作相反方向运动。

经过反复实验, 得出基本参数为:  $K_c = 2.6, T_c = 5.2$ , 如图 4-9 所示。

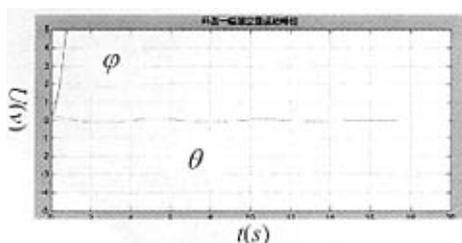


图 4-9 环型一级倒立摆 PID 控制曲线 ( $K_p = 2.6, K_D = K_I = 0$ )

结论分析：仿真曲线清楚表明，在  $K_D = K_I = 0$ ， $K_p \geq 2.6$  时，环型一级倒立摆的倒摆能够迅速回到稳定状态，但摆杆却以很高的速度向一个方向运动，系统仍然不稳定。

经过计算，取： $T_I = 0.393, T_D = 0.728$ ，不断递增  $K_p$  值，环型一级倒立摆的倒摆处于可控状态，而摆杆则仍然朝一个方向偏转，偏转速度随  $K_p$  值的增加逐渐下降，当  $K_p = 50$  时，环型一级倒立摆控制系统响应曲线如图 4-10 所示。

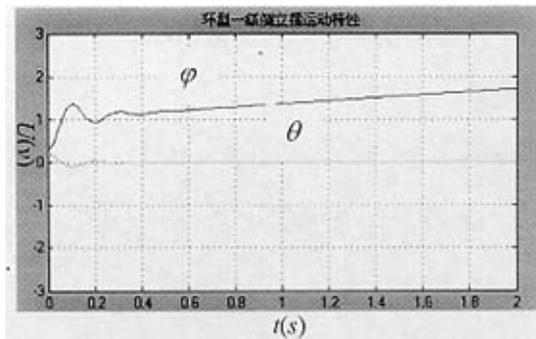


图 4-10 环型一级倒立摆 PID 控制曲线 ( $K_p = 50, K_D = 0.728, K_I = 0.393$ )

结论分析：

- 1、传统 PID 控制方法只适应于单输入/单输出系统。
- 2、运用 PID 控制方法必须与其他控制策略相结合。

#### 4.4.2 状态空间反馈

状态反馈控制系统设计简单，计算量小，可事先确定控制器可能产生的最大控制作用，反馈系数调整容易，易于改变闭环系统的极点位置，从而可以很容易地改善控制系统的控制性能，抗干扰能力强、鲁棒性较好、在线调整方便灵活。

为了实现倒立摆的稳定控制，首先考虑采用全状态反馈的方法<sup>39)</sup>。由线性定常系统的状态方程：

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= AX + Bu \\
 Y &= CX + Du \\
 G(s) &= C(sI - A)^{-1}B + D
 \end{aligned}
 \tag{4-21}$$

该系统为能控时，当给系统一个适当的输入，系统的状态可以在状态空间内任何方向移动，即可以在复平面内任意改变极点的位置，实现系统性能的改变。

令：
$$u = -KX$$

其中， $K$  为状态反馈增益矩阵，代入公式(4-21)得：

$$\dot{X} = (A - BK)X$$

只要使矩阵  $(A - BK)$  的极点都落在左半平面内，理论上就可以实现系统的稳定。倒立摆是一个绝对不稳定的系统，它具有不稳定的开环极点，同时，该系统是一个能控能观的系统，因此可以通过状态反馈极点配置的方法使系统保持稳定。通过系统仿真表明，应用状态反馈方法设计控制器可以很好的实现对倒立摆的控制，并在实际环型一级倒立摆控制系统中得到良好的控制效果。

全状态反馈控制系统框图如图 4-11 所示：

对于状态反馈增益矩阵  $K$  的计算，事实上，既可以采用极点配置的方法来确定，也可以采用 LQR 的方法来求得最优控制的  $K$  值。 $\bar{N}$  是为了消除参考输入的稳态误差而引入的。

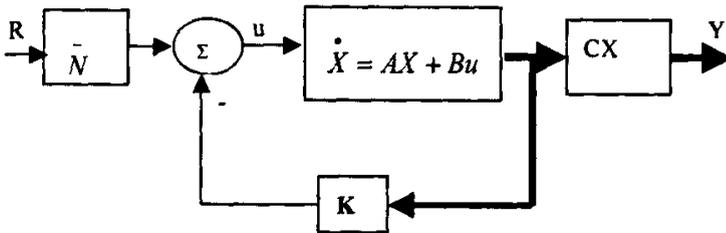


图 4-11 全状态反馈控制系统框图

对环型一级倒立摆而言，在四个状态变量  $\varphi, \theta, \dot{\varphi}, \dot{\theta}$  中， $\varphi, \theta$  是可以测量的变量，而  $\dot{\varphi}, \dot{\theta}$  则需要通过构造状态观测器来实现观测变量值，在硬件电路上由信号处理电路实现。

状态反馈的极点配置，即状态反馈系数的确定要由实际系统需要的性能指标来确定。

由于倒立摆的控制目的是保持倒摆处于竖直状态，而对摆杆具体位置要求不高，故选参考位置时，可以只是考虑  $\theta, \dot{\varphi}, \dot{\theta}$ ，而不考虑  $\varphi$ 。在摆杆角位移允许的情况下，甚至  $\dot{\varphi}$  都可以不做过多考虑。这里笔者对被控制系统性能提出要求，要求被控制输出  $\theta$  超调量  $\delta\%$  不超过 4.3%，过程过渡时间  $t_r$  不超过 3s。那么对于这

个四阶系统可以设置主导极点，以满足系统性能要求。

$$\text{由 } \delta\% = \exp(-\xi\pi\sqrt{1-\xi^2}) = 4.3\%$$

$$\text{得: } \xi = 0.707$$

$$\text{由 } t_s = 3/\xi\omega = 3s,$$

$$\text{得: } \omega = 1.414$$

这样由近似二阶公式可以得到

$$\Delta = s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2 = s^2 + 2s + 2 = (s+1+i)(s+1-i) \quad \text{公式(4-22)}$$

也就是说，我们所期望的主导极点应该是-1+i 和 -1-i，再由控制经验，可以选择其他两个极点为-9 和-8，这样四个极点都已经选择完毕，即 (-1+i, -1-i, -9, -8)。接下来的工作就是确定状态反馈系数向量 K。

由图 4-11 所示，可以从系统中引出四个状态变量  $\varphi, \theta, \dot{\varphi}, \dot{\theta}$  进行状态反馈，实现对极点的配置。确定状态反馈矩阵 K，过程和结果给出如下：

期望的 det 表达式为

$$\Delta = (s+1+i)(s+1-i)(s+8)(s+9) = s^4 + 19s^3 + 108s^2 + 178s + 144$$

配置结果要求为

$$\det(SI - A + BK) = \Delta = s^4 + 19s^3 + 108s^2 + 144 \quad \text{公式(4-23)}$$

由多项式系数对应相等法，可以得出 K 反馈系数向量如下：

$$K = [-0.0868 \quad -8.4184 \quad -0.1076 \quad -1.3404]$$

环型一级倒立摆控制系统极点配置的仿真结果如下：

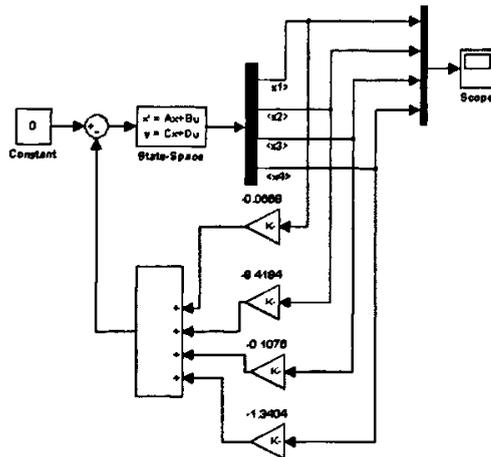


图 4-12 环型一级倒立摆系统极点配置仿真图

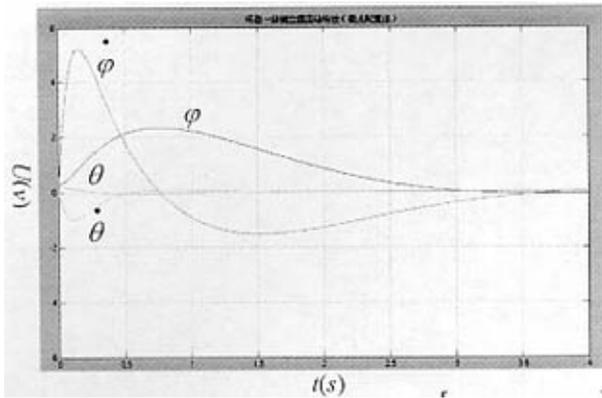


图 4-13 状态反馈响应曲线 ( $X_0 = [0.3, 0.2, 0, 0]$ )

结论分析：在系统初始状态不为零时，利用极点配置的方法可以实现环型一级倒立摆的稳定控制，动态指标符合设计要求。

对环型二级倒立摆而言，由上节对其线性化后的数学模型的初步分析可知，环型二级倒立摆，既完全可控又完全可观，因此，可以用状态反馈极点配置法设计控制器。假设系统期望极点为：

$$p = [-1+i, -1-i, -2+1.5i, -2-1.5i, -2.5+3i, -2.5-3i]$$

在MATLAB中使用  $K = \text{acker}(A, B, P)$  命令可得出反馈增益矩阵：

$$K = [0.6840, 54.4096, -56.5791, 1.3461, 4.7917, -6.8965]$$

环型二级倒立摆控制系统极点配置的仿真结果如图 4-14、15 示。

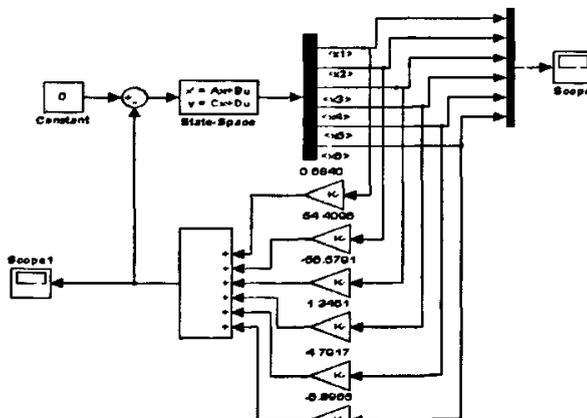


图 4-14 环型二级倒立摆系统极点配置仿真图

结论分析：

- 1、环型一级、二级倒立摆可以通过极点配置法设计控制器，实现系统稳定控制。

2、实际系统中，有关角速度状态变量是不可观测的，由控制理论知识知道，这里必须用状态观测器构造出 $\dot{\varphi}$ 、 $\dot{\theta}$ 两个状态变量，以供状态反馈所用，实际系统偏转角状态变量是可以直接测量的，所以本控制系统构造的是降维观测器，由 $\varphi$ 、 $\theta$ 、输入、输出等信息构建出 $\dot{\varphi}$ 、 $\dot{\theta}$ 状态变量，具体硬件实现方法请参阅 2-1-2 硬件构成的信号处理部分，这里，在仿真情况下不用考虑状态重构的问题，也就是将实际系统的观测器的观测误差视为理想情况的零值。

3、由于在控制对象数学模型建立过程中，进行了部分假设和线性化处理，以及对对象本身参数老化或计算误差，都可能使仿真结果与实际系统的控制实现之间存在距离，因此，实际系统的控制参数需要反复进行调试。

4、解决好系统的非线性问题，减少模型误差对控制性能的影响，找到更好的控制方法，是进行控制器设计中必须考虑的问题。

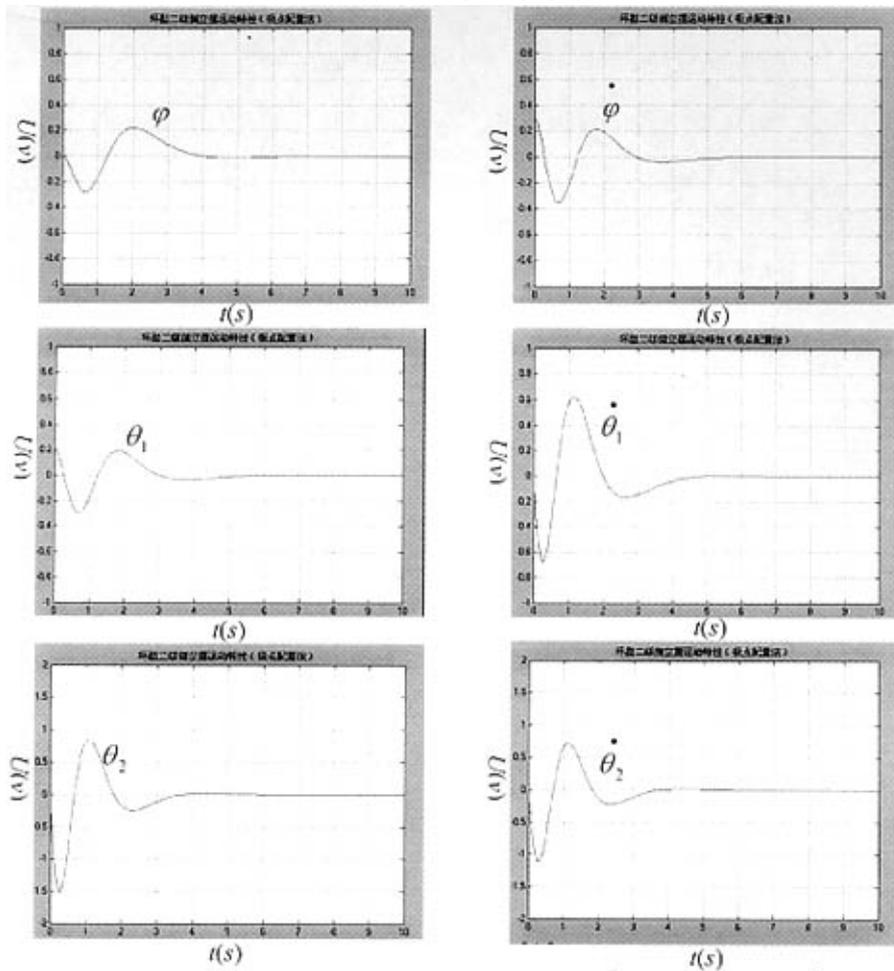


图 4-15 状态反馈状态变量响应曲线 ( $X_0 = [0, 0.3, 0.2, 0, 0, 0]$ )

### 4.4.3 最优控制策略 LQR

LQR 线性二次型最优控制设计方法，是求取全状态反馈增益  $K$  矩阵的另外一种有效方法，利用这种方法求出的反馈增益矩阵能使系统达到最优。所谓 LQR 法，就是要求找出使系统性能指标  $J = \int_0^{\infty} (X^T Q X + R u^2) dt$  为最小值时，系统的最优控制量  $u^*$ ，通过  $u^* = -KX$  可以满足这一要求。因此，基于这种二次型性能指标的最优控制系统设计，就简化为矩阵  $K$  中元素的求取。最优反馈增益矩阵：

$$K = -R^{-1} B^T P \quad \text{公式(4-24)}$$

其中，矩阵  $P$  为代数 RICCATI 方程  $A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$  的唯一正定解； $Q$  为半正定对称常数矩阵； $R$  为正定对称常数矩阵。矩阵  $Q$  和  $R$  决定了系统误差与控制能量消耗之间的相对重要性，为了使问题简单及加权阵  $Q$  的各元素具有明显的物理意义，本论文将  $Q$  选为对角阵，即： $Q = \text{diag}(q_1, q_2, \dots, q_n)$ （对环型一级倒立摆系统， $n=4$ ；对环型二级倒立摆系统， $n=6$ ），这样，系统性能指标  $J$  可以写成：

$$J = \int_0^{\infty} (q_1 x_1^2 + q_2 x_2^2 + \dots + q_n x_n^2 + R u^2) dt \quad \text{公式(4-25)}$$

由公式(4-25)可以看出： $q_i$  是对状态  $x_i$  平方的加权， $q_i$  值相对增大，就意味着对  $x_i$  的要求愈严。 $R$  是对控制量  $u$  的平方的加权，当  $R$  相对较小时，意味着控制费用减少，使得控制能量增大，反馈增强，系统动态响应迅速。

考虑最简单情况，先假设  $R=1$ ， $Q = C^T C$ ，这里系统输出只考虑摆杆和倒摆的偏转角度。

对环型一级倒立摆而言，取  $Q=[1, 0, 0, 0; 0, 1, 0, 0; 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0]$ ； $R=1$ ，在 MATLAB 中使用  $K=LQR(A, B, Q, R)$  命令可得出反馈增益矩阵：

$$K = [-1.0000 \quad -17.7059 \quad -0.5968 \quad -3.2656]$$

由图 5-7 组成 SIMULINK 仿真系统，修改反馈矩阵  $K$  的各个放大系数，得到如下仿真结果，如图 4-16、图 4-17 所示。

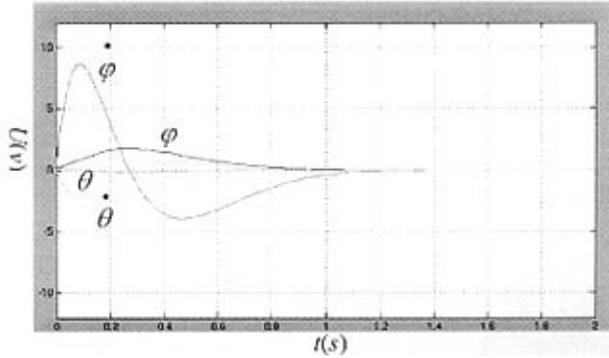


图 4-16 环型一级倒立摆控制系统最优控制状态变量响应曲线 ( $X_0 = [0.3, 0.2, 0, 0]$ )

结论分析:

对比图4-13, 可以很明显地看出, 线性二次型最优控制设计方法得到的系统动态指标要更加优越。

对环型二级倒立摆而言, 取 $Q=[1, 0, 0, 0, 0, 0; 0, 1, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 1, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 1, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 0, 0, 1]$ ;  $R=1$ , 在MATLAB中使用 $K=LQR(A, B, Q, R)$  命令可得出最优反馈增益矩阵:

$$K = [1, 98.1077, -105.3852, 2.6295, 9.2762, -14.5429]$$

根据以上计算结果, 对图 4-11 进行反馈矩阵  $K$  的各个放大系数修改, 得到如下仿真结果, 如图 4-17 所示。

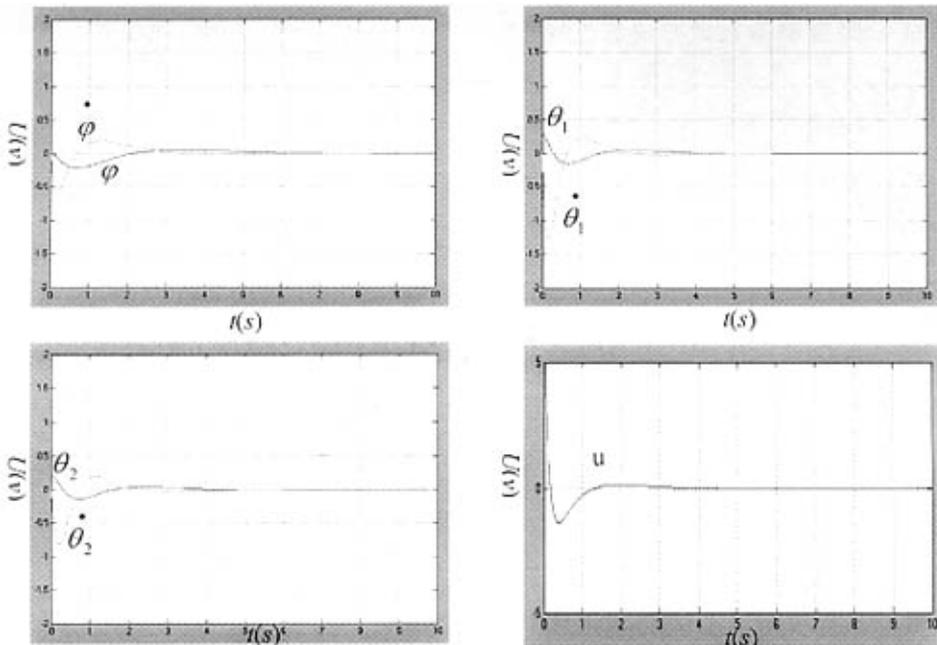


图 4-17 环型二级倒立摆系统最优控制状态变量响应曲线 ( $X_0 = [0.3 \ 0.2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ )

结论分析:对比图 4-15 状态反馈极点配置法系统响应曲线,可以很明显地看出,线性二次型最优控制设计方法得到的系统动态指标超调量、上升时间要优于极点配置法,但过渡过程时间指标稍弱。

## 4.5 基于模糊控制方法的控制器设计

在上节中,我们在倒立摆的确定数学模型建立基础上,讨论了使用经典控制理论和现代控制理论的方法进行控制器设计的基本和过程,由相关控制算法的仿真研究结果,得出结论:对复杂、多变量系统而言,在基于确定对象数学模型的基础上,运用现代控制理论的设计方法对系统控制器进行设计,是合理和可行的。从系统控制性能的指标上衡量,现代控制理论的设计方法比传统的经典控制理论的方法更具有科学性、实用性和优越性。

但是,我们也应该清楚地看到,得出以上结论的前提是系统数学模型的确定,并满足线性条件。而事实上,被控制对象的数学模型可能根本就无法建立,或被建立的数学模型本身具有非线性、参数不稳定性等,对这类问题,更适于应用人工智能控制方法进行控制器设计。在这一节中,将以倒立摆作为被控对象,运用模糊控制技术进行控制器设计。

### 4.5.1 模糊控制器设计方法与过程

模糊控制系统的核心是模糊控制器,它是直接实现模糊推理算法的专用设备<sup>[40]</sup>,可以采用软件和硬件两种方式完成一个模糊控制器的功能。当计算量比较小时,可以用软件实现模糊控制器,但对于一些计算量大、实时性高的控制系统,需要用硬件设备直接实现模糊推理,以达到计算迅速、使用简便的目的。

与模糊推理过程相对应,模糊控制器的设计涉及以下几个方面内容和步骤:

(1) 确定模糊控制器的输入变量与输出变量(即控制量),就是指模糊控制器的结构设计。究竟选择哪些变量作为模糊控制器的信息量,必须对手动控制中,人如何获取输入、输出信息进行深入研究,因为模糊控制器的控制规则归根到底就是模拟人脑的思维决策方式。

常见的模糊控制器的结构分为三种类型,如图 4-18 所示。目前广泛设计和应用的是二维模糊控制器,本论文以二维模糊控制器为基础,进行相关控制方法的研究

和讨论。

(2) 模糊化。在确定模糊控制器结构之后,就需要对输入量进行采样、量化并模糊化,将精确量转化为模糊量的过程称模糊化。模糊化过程主要完成:测量输入变量的值,并将数字表示形式的输入量转化为通常用语言值表示的某一定码的序数。每一个限定码表示论域内的一个模糊子集,并由其隶属函数来定义。

(3) 建立模糊推理规则。一般包括三个部分:选择描述输入和输出变量的词集;定义模糊变量的模糊子集;建立模糊控制器的控制规则。模糊规则表示为“if...then...”条件语句。在应用中,通常将采用的模糊规则用模糊控制规则表的形式表示出来,模糊规则可以通过相关领域专家给出,也可以通过大量的试验数据给出,并且,所建立的模糊规则必须具备完备性和相容性。

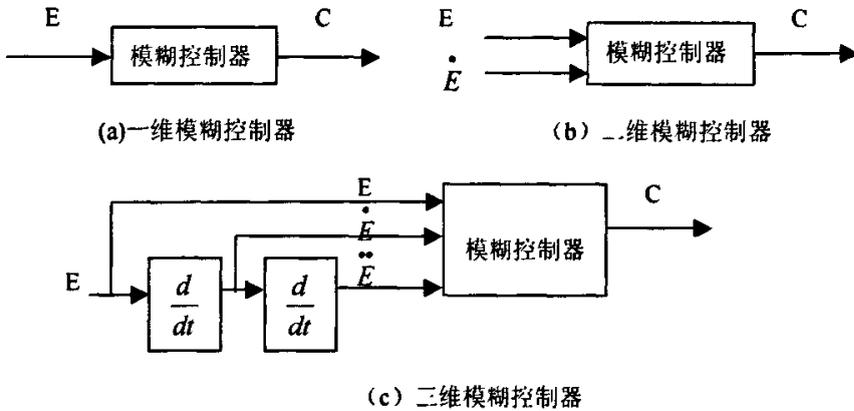


图 4-18 模糊控制器结构图

(4) 反模糊化。通过模糊推理得到的结果是一个模糊集合,而在实际使用时,特别是在模糊控制中,必须要有一个确定的值去控制或者驱动执行机构。从推理得到的模糊集合中取一个能最佳代表这个模糊推理结果可能性的精确值的过程就称为反模糊化或者称为模糊判决。常用的方法是最大值平均和重力中心算法。

(5) 论域、量化因子和比例因子的选择。模糊控制器的输入变量、变量变化率以及输出变量的实际范围称为这些变量的基本论域,量为精确量,而模糊子集的论域点数一般选择 6、6、7 以上。对输入变量而言,量化因子具有量化效应;而对输出而言,比例因子只起比例作用。实验结果表明:量化因子和比例因子的大小及其不同量化因子之间大小的相对关系,

对模糊控制器的控制性能影响极大。量化因子的值对控制系统的动态性能影响极大，误差量化因子大时，系统超调量大、过渡时间长；误差变化率量化因子大时，系统超调小、相应速度变慢。输出控制量的比例因子作为模糊控制器总增益，选择过小，系统动态响应过程变长；选择过大，使系统振荡加剧。

- (6) 编制模糊控制算法的应用程序。
- (7) 合理选择模糊控制器的采样时间。

#### 4.5.2 基于系统输出反馈的模糊控制策略

对环型一级倒立摆而言，基于系统输出反馈的模糊控制系统结构仿真图 ( $C=[0, 1, 0, 0]$ )，如图 4-19 所示。

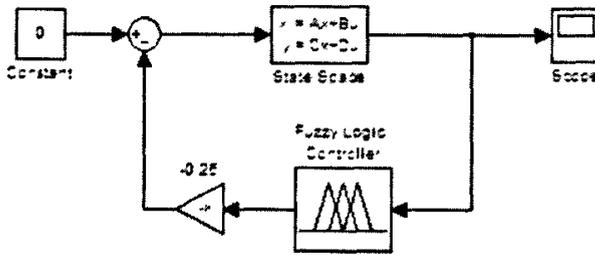


图 4-19 环型一级倒立摆模糊控制系统结构仿真图

图中，假定倒立摆初始状态为  $X_0 = [0.3, 0.2, 0, 0]$ ，模糊控制器输入变量为倒摆垂直偏转角度  $\theta$  和垂直偏转角度变化率  $\dot{\theta}$ ，输出变量为控制量  $u$ 。所建立的模糊推理系统如图 4-20 所示。

(1) 输入变量模糊化、隶属函数定义：

模糊化每个输入变量对应的值域取：

$$-0.3 < \theta < 0.3$$

$$-1 < \dot{\theta} < 1$$

为了保证倒摆在小的角度附近，所以它不能摆动角度过大。

(2) 推理规则定义，反模糊化：

限制每个输入采用两个规则，共需要 4 个推理规则，为建立这些规则，使用 MAMDANI 模糊推理方法，我们用表 4-1 表示。

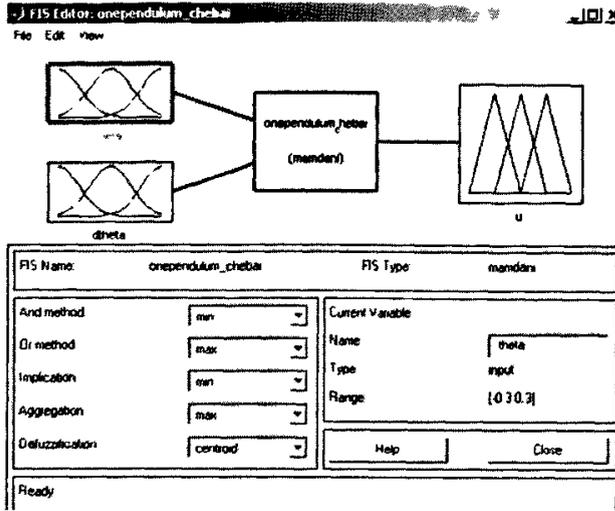


图 4-20 FIS Editor

输入变量的隶属函数如图 4-21、图 4-22 所示。

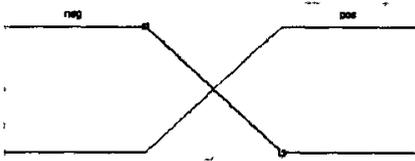


图 4-21 输入变量  $\theta(t)$  的隶属函数

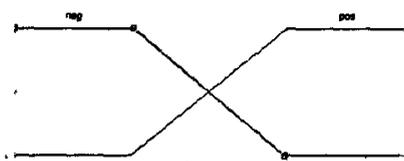


图 4-22 输入变量  $\dot{\theta}(t)$  的隶属函数

对应输出变量隶属函数如图 4-23 所示。

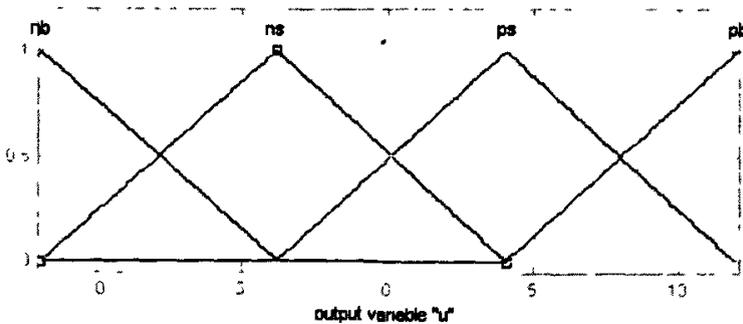


图 4-23 输出变量  $u(t)$  的隶属函数

反模糊化, 采用重心法, 借助 Surface Viewer, 可视化模糊控制的操作如图 4-20。

可以清楚地看到, 当两个输入为 0 时, 输出控制为 0, 这相当于倒摆处于垂直状态。在输入变化过程中, 输出并未引起很强的非连续性, 表明控制的适应性。

表 4-1 模糊控制规则表

$\dot{\theta}/\theta$	neg	pos
neg	NB	PS
pos	NS	PB

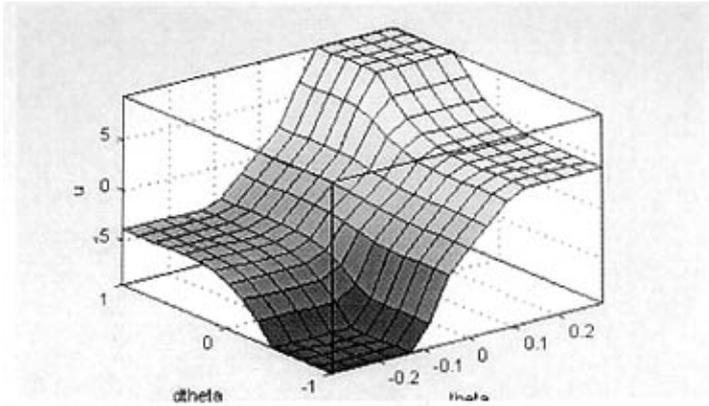


图 4-24 输出变量  $u(t)$  的隶属函数

(3) 模糊控制仿真结果:

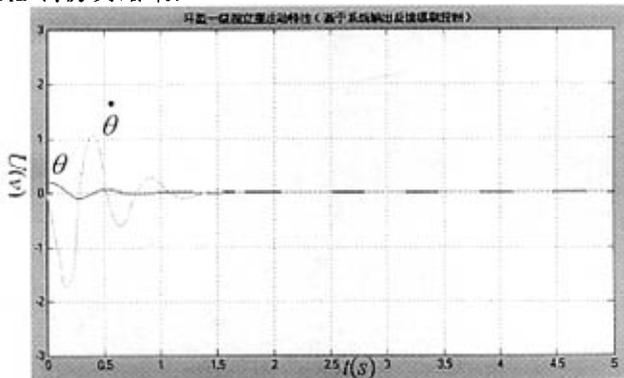


图 4-25 环型一级倒立摆模糊控制系统  $\theta(t)$  和  $\dot{\theta}(t)$  响应曲线

结论分析:

1、模糊控制器的相关变量的论域和模糊规则的正确选择,是控制器有效控制的基本且重要的要素,模糊规则可以通过相关领域专家给出,也可以通过大量的试验数据给出。

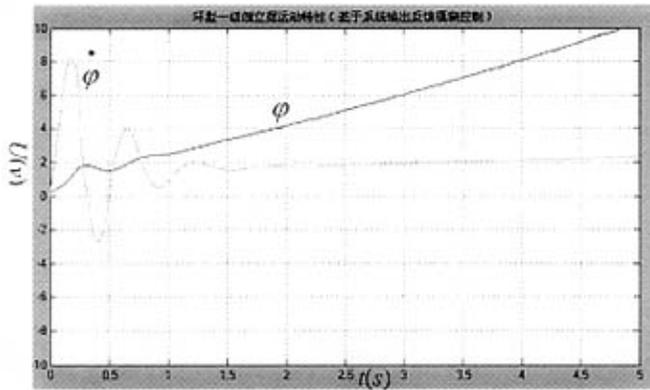


图 4-26 环型一级倒立摆模糊控制系统  $\varphi(t)$  和  $\dot{\varphi}(t)$  响应曲线

2、对照图 3-5 环型一级倒立摆 PID 控制响应曲线表明，模糊控制是一种十分有效的控制方法。由于是基于系统输出反馈方式实现系统控制，因此，从特性曲线上看，都具有相似的控制规律：能够迅速、稳定地控制环型一级倒立摆的倒摆处于垂直平衡状态，但无法实现对摆杆的稳定控制。

3、对复杂、非线性、不稳定系统，更适合采用模糊控制器。在上述模糊控制仿真过程中，我们曾有意对被控对象的一些特征参数进行修改，仍然能够较好地实现倒立摆的倒摆控制，说明模糊控制器对被控对象具有更强的适应性。

4、要实现多变量复杂系统的模糊控制，必须以状态反馈作为基础。

#### 4.5.3 基于融合技术的模糊控制策略

从上一节的讨论和仿真研究结果，我们已经得出结论：要使环型一级倒立摆系统实现稳定控制，必须以全状态反馈作为先决条件。用模糊控制的方法，使环型一级倒立摆的倒摆维持垂直状态，并使摆杆在给定位置上平衡，其控制器的输入必须包含倒立摆的四个状态变量信息  $(\varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta})$ 。若对每个输入变量定义 5 个模糊子集，则模糊控制规则会达到  $5^4 = 625$  条，而且，每条规则有 4 个条件和 1 个结论，这样不仅使模糊控制规则的设计非常复杂，而且使模糊控制的推理过程时间太长，无法实现系统的实时控制。

为了解决上述矛盾，我们可以利用融合技术<sup>[41]</sup>，对多因素问题，采用分步处理的方法简化问题的解决过程，这一思想可以应用到多输入模糊控制器的设计过程中。假设要设计的模糊控制器要实现高维输入变量  $X$  到输出变量  $Y$  的映射，简单

地应用模糊控制器策略是比较困难的,可以采用多级控制方式,将单一的模糊控制策略转化为多级控制策略嵌套:

$$X \xrightarrow{f_1(\cdot)} \hat{X} \xrightarrow{f_2(\cdot)} Y$$

即:先使用算法  $f_1(\cdot)$  对输入变量  $X$  进行初步处理,再利用算法  $f_2(\cdot)$  对前级算法  $f_1(\cdot)$  的输出进行控制。 $f_1(\cdot)$  算法的功能就是使  $\hat{X}$  的维数小于  $X$  的维数,使  $f_2(\cdot)$  要完成的控制过程得到简化。可以看出,算法  $f_1(\cdot)$  利用了系统状态的相关性和输入信息的可融合性,完成组合、提取问题信息的过程,故称  $f_1(\cdot)$  为“融合函数”;算法  $f_2(\cdot)$  实现的是根据约简因素进行模糊推理的功能,故称  $f_2(\cdot)$  为“模糊作用函数”。基于信息融合的多输入模糊控制器的设计方法就是通过融合函数完成信息的合并与提取,使控制问题得到简化。

经典线性控制器一个很大的特点是对输入信息具有直接可融合性。不失一般性,假设线性控制器为多输入、单输出(MISO)系统,具有以下形式:

$$u = KX \tag{公式(4-26)}$$

式中:  $K=[k_1, k_2, k_3, \dots, k_N]$  为状态反馈系数,  $X=[x_1, x_2, x_3, \dots, x_N]^T$  为控制器输入变量矩阵,  $N>2$ 。可以将公式(4-26)改写为:

$$u = \sum_{i=1}^N k_i x_i \tag{公式(4-27)}$$

为实现信息融合,假设考虑输入变量  $x_m$  与  $x_n$ , 其相应的反馈系数  $k_m$  与  $k_n$  不为零。这里称  $x_m$  与  $x_n$  为“主元”。主元的选取要尽量考虑各输入变量在系统中的实际物理意义,例如:选取控制的主要状态为主元,其它输入变量可根据与主元的相关性和可融合性,分别归并到两主元中去,与主元归并到一起的输入变量称为“副元”,对应的系数为“归并系数”。为推导方便,假设选取  $x_1$  和  $x_p$  为主元 ( $k_1 \neq 0, k_{p+1} \neq 0$ ), 而  $(x_2, x_3, \dots, x_p)$  和  $(x_{p+2}, x_{p+3}, \dots, x_N)$  分别为融合到两主元中去的副元组,故公式(4-27)可变换为:

$$u = \sum_{i=1}^p x_i k_i + \sum_{j=p+1}^N x_j k_j = k_1 \sum_{i=1}^p \frac{k_i}{k_1} x_i + k_{p+1} \sum_{j=p+1}^N \frac{k_j}{k_{p+1}} x_j \quad \text{公式(4-28)}$$

式中:  $1 \leq p < N, k_1 \neq 0, k_{p+1} \neq 0$

$$\text{设: } \hat{k}_1 = k_1, \hat{k}_2 = k_{p+1}, \hat{x}_1 = \sum_{i=1}^p \frac{k_i}{k_1} x_i, \hat{x}_2 = \sum_{j=p+1}^N \frac{k_j}{k_{p+1}} x_j \quad \text{公式(4-29)}$$

将公式(4-29)代入公式(4-28)得:

$$u = \hat{k}_1 \hat{x}_1 + \hat{k}_2 \hat{x}_2 = f_2(\hat{X}) = f_2(f_1(X)) \quad \text{公式(4-30)}$$

$$\text{式中, } \hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}, f_2(\cdot) = \begin{bmatrix} \hat{k}_1 \\ \hat{k}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}^T$$

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{k_2}{k_1} & \dots & \frac{k_p}{k_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \frac{k_{p+2}}{k_{p+1}} & \dots & \frac{k_N}{k_{p+1}} \end{bmatrix} \cdot [x_1, x_2, \dots, x_p, x_{p+1}, x_{p+2}, \dots, x_N]^T \quad \text{公式(4-31)}$$

公式(4-32)表明,原有的N个输入、单输出控制器的作用可等效为 $f_1(\cdot)$ 、 $f_2(\cdot)$ 两个函数的共同作用。在公式(5-13)中, $f_2(\hat{X})$ 函数功能可以通过二维模糊控制器实现;由线性状态反馈系数处理得到的融合函数 $f_1(X)$ ,从物理意义上说,是将N个状态的输入信息以一定的比例归并到主元信息,即通过一定的约束条件,将对多输入的控制问题转化为对部分输入的控制问题,使控制方法得到简化,控制实现更加方便。

对倒立摆系统采用以上所述的基于信息融合技术的模糊控制器设计方法,实际上是将现代控制理论和模糊控制理论结合起来的一种方法。一方面,利用状态反馈控制的设计方法和经验数据对模糊控制器的设计提供参考;另一方面,利用模糊控制技术的鲁棒性,提高控制品质。基于信息融合的模糊控制方案简化了控制器设计过程,并使系统具有更好的输出特性。

对环型一级倒立摆而言,其控制目标以倒摆维持垂直平衡状态的稳定为主,摆杆次之,故选取倒摆的垂直偏转角度 $\theta$ 和角度变化率 $\dot{\theta}$ 为主元,摆杆的水平偏转角

度  $\varphi$  和角度变化率  $\dot{\varphi}$  为副元, 分别归并到前面两主元中。通过状态反馈系数  $K$ , 可以得到融合函数  $f_1(X)$ , 通过线性组合将 4 个状态信息  $(\varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta})$  转换为 2 个状态信息  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ 。从物理意义上解释, 表示将摆杆信息转化为倒摆角度信号的干扰信号, 作为角度控制的辅助。最后采用模糊控制逻辑实现  $f_2(\hat{X})$  功能。

$$\text{设, } \hat{x}_1 = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \end{bmatrix}, \hat{x}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad \text{公式(4-32)}$$

由 4.4.3 节 LQR 法求得全状态反馈增益矩阵  $K$  值为:

$$K = [1.0000, 17.7059, 0.5968, 3.2656] \quad \text{公式(4-33)}$$

分析得:

$$f_1 = \begin{bmatrix} 0.0565 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.183 & 1 \end{bmatrix} \cdot [\varphi, \theta, \dot{\varphi}, \dot{\theta}]^T \quad \text{公式(4-34)}$$

$$u = f_2 \left( \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \right) \quad \text{公式(4-35)}$$

基于信息融合技术的环型一级倒立摆模糊控制系统仿真结构图如图 4-27 所示。

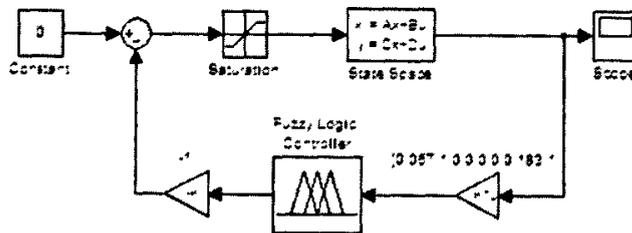


图 4-27 环型一级倒立摆模糊控制系统仿真结构图 (基于信息融合技术)

若采用图 4-20~图 4-24 所建立的模糊控制器, 获得系统仿真结果如图 4-28、图 4-29、图 4-30 所示。

结论分析: 应用信息融合技术进行模糊控制器设计, 对环型一级倒立摆系统校正是有用的。动态性能指标基本满足要求, 但存在较严重的短时振荡现象, 且振荡幅度偏大。其中, 一个很重要的原因, 需要合理创建模糊控制器的模糊规则。

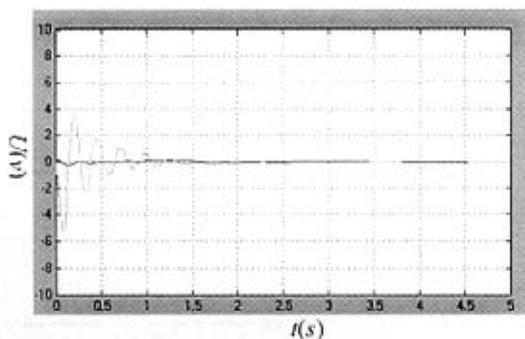


图 4-28 基于信息融合技术的环型一级倒立摆模糊控制系统  $\theta$  和  $\dot{\theta}$  响应曲线 I

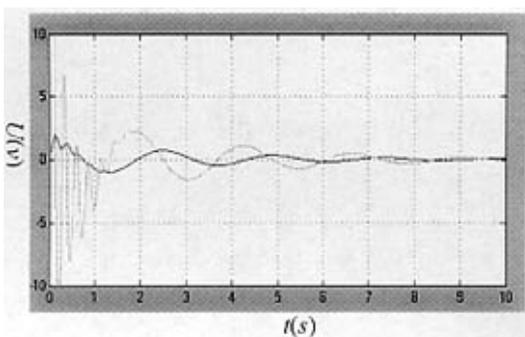


图 4-29 基于信息融合技术的环型一级倒立摆模糊控制系统  $\phi$  和  $\dot{\phi}$  响应曲线 I

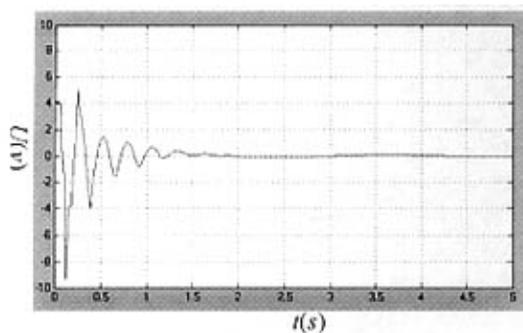


图 4-30 基于信息融合技术的环型一级倒立摆模糊控制系统控制信号  $u$  响应曲线 I

为了进行比较，建立如图 4-20 模糊推理系统，修改并创建新的模糊控制器隶属函数如图 4-31、32、33 所示。

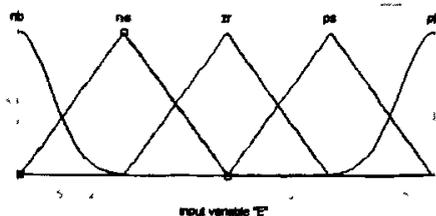


图 4-31  $\hat{x}_1$  的隶属函数

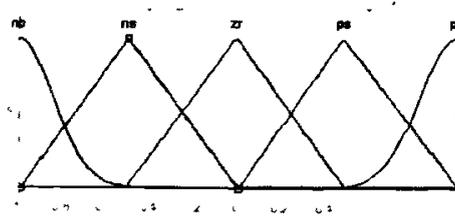


图 4-32  $\hat{x}_2$  的隶属函数

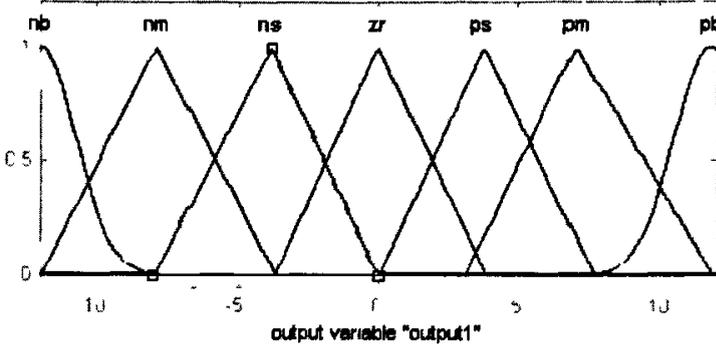


图 4-33  $u$  的隶属函数

模糊控制规则如表 4-2 所示。

环型一级倒立摆模糊控制系统在初始条件 ( $X_0 = [0.3, 0.2, 0, 0]$ ) 时, 系统仿真响应曲线 II 如图 4-34 所示。

表 4-2 基于信息融合模糊控制规则表

$\hat{x}_1 \setminus \hat{x}_2$	NB	NS	ZR	PS	PB
NB	NB	NB	NB	NM	NM
NS	NB	NM	NM	NS	NS
ZR	NS	NS	ZR	PS	PS
PS	PS	PS	PM	PB	PB
PB	PM	PM	PB	PB	PB

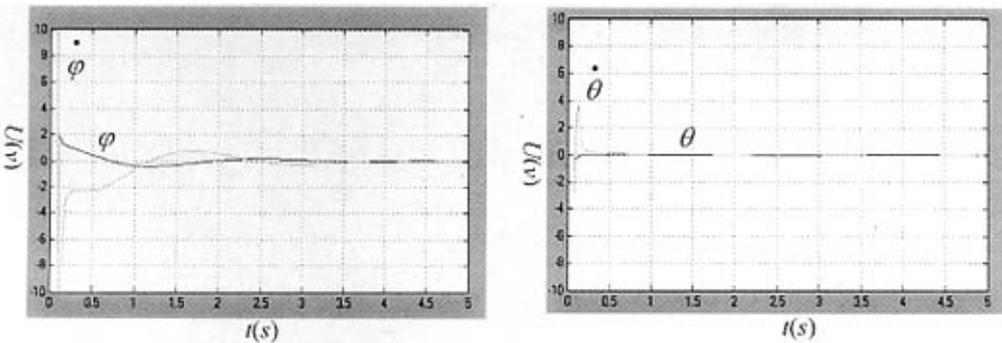


图 4-34 环型一级倒立摆模糊控制系统响应曲线 II

- 结论分析:
- 1、模糊控制器变量论域、隶属函数的选择决定系统控制性能。
  - 2、模糊控制与前述的各类控制方法相比, 鲁棒性更强。
  - 3、模糊控制器的设计, 模糊控制规则是关键。

### 4.5.4 环型二级倒立摆的模糊控制策略

对环型二级倒立摆而言，其控制目标以维持倒摆 1 和倒摆 2 垂直平衡状态的稳定为主，摆杆次之，若选取倒摆 2(上倒摆)的垂直偏转角度  $\theta_2$  和角度变化率  $\dot{\theta}_2$  为主元，摆杆的水平偏转角度和倒摆 1 的垂直偏转角度  $\varphi$ 、 $\theta_1$  和角度变化率  $\dot{\varphi}$ 、 $\dot{\theta}_1$  为副元，将副元分别归并到前面两主元中。通过状态反馈系数 K，可以得到融合函数  $f_1(X)$ ，通过线性组合将 6 个状态信息 ( $\varphi$ 、 $\dot{\varphi}$ 、 $\theta_1$ 、 $\dot{\theta}_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\dot{\theta}_2$ ) 转换为 2 个状态信息 ( $\hat{x}_1$ 、 $\hat{x}_2$ )。从物理意义上解释，表示将摆杆和倒摆 1 (下倒摆) 信息转化为倒摆 2(上倒摆) 角度信号的干扰信号，作为角度控制的辅助。最后采用模糊控制逻辑实现  $f_2(\hat{X})$  功能。

$$\text{设, } \hat{x}_1 = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, \hat{x}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad \text{公式(4-36)}$$

由 4.4.3 节 LQR 法求得全状态反馈增益矩阵 K 值为：

$$K = [-1, -98.1077, 105.3852, -2.6295, -9.2762, 14.5429] \quad \text{公式(4-37)}$$

分析得：

$$f_1 = \begin{bmatrix} -0.0095, -0.93, 1, 0, 0, 0 \\ 0, 0, 0, -0.181, -0.638, 1 \end{bmatrix} \cdot [\varphi, \theta_1, \theta_2, \dot{\varphi}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2]^T \quad \text{公式(4-38)}$$

$$u = f_2 \left( f_1 \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{pmatrix} \right) \quad \text{公式(4-39)}$$

基于信息融合技术的环型二级倒立摆模糊控制系统仿真结构图如图 4-35 所示。

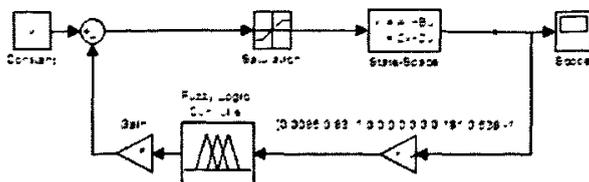


图 4-35 环型二级倒立摆模糊控制系统仿真结构图

我们分别采用 4.5.2 节中的 4 规则模糊推理系统和 4.5.3 节中图 4-31、32、33 所建立的 25 规则模糊推理系统进行环型二级倒立摆模糊控制器设计，得到系统仿真响应曲线如图 4-36 所示。

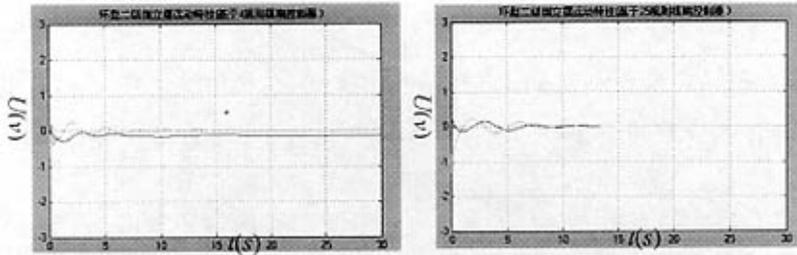


图 4-36 (a)  $\phi_1, \phi_2$  响应曲线对比图

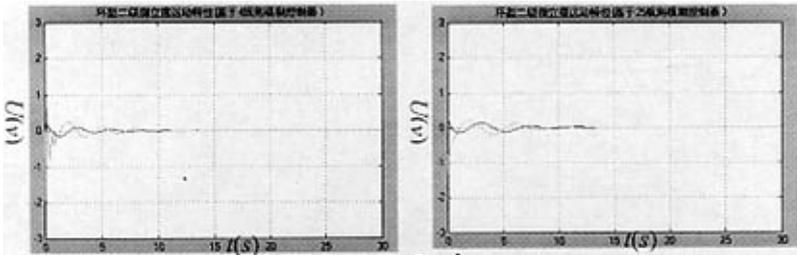


图 4-36 (b)  $\theta_1, \theta_2$  响应曲线对比图

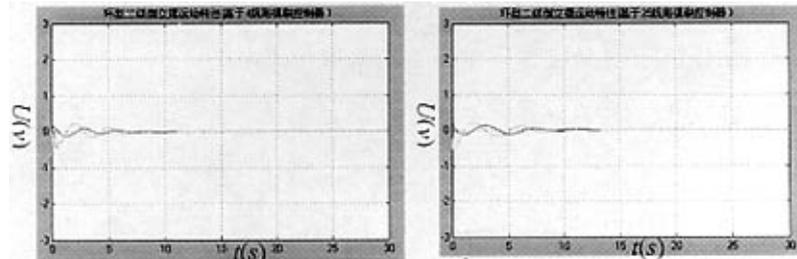


图 4-36 (c)  $\theta_2, \theta_1$  响应曲线对比图

结论分析：

1、对于环型二级倒立摆这样的多变量、非线性、高度不稳定的复杂系统，采用模糊控制方法可以十分有效地实现稳定控制。

2、比较看到，模糊推理规则越简要，系统过渡过程时间越短；反之，系统过程时间偏长。

3、从模糊控制器的硬件实现来说，推理规则越简要，软件编程过程越简单，控制算法运行的时间效率越高；反之，硬件实现时的矛盾更为突出。

4、从系统稳定性出发，模糊控制优于任何基于对象数学模型的现代控制控制方法。在系统控制器设计过程中，可以充分地经典控制理论、现代控制理论与模

糊理论有机结合起来加以应用。

鉴于实验室实验设备的条件和时间限制,本文对模糊控制方法在倒立摆控制系统中的应用,仅作了算法上的讨论和仿真研究,结论相当满意。

## 4.6 小结

本章运用力学的原理建立环型一级、二级倒立摆非惯性系统的数学模型,在线性化处理的基础上,得到系统的状态方程和传递函数,并运用 MATLAB 仿真软件,对环型一级、二级倒立摆系统本身的运动特性进行了仿真研究,得出不稳定系统结论。本章对倒立摆系统的能控、能观性进行了分析和讨论,并在此基础上,对 PID、基于状态反馈的极点配置法、线性二次型最优控制策略、模糊控制策略在倒立摆控制系统中的控制规律进行了大量的仿真研究,特别是模糊控制策略对环型倒立摆系统的控制进行了较为深入的讨论和仿真研究,得出结论:运用模糊控制策略实现对复杂系统的控制具有更强的鲁棒性。

## 第五章 系统实验及结果分析

### 5.1 控制系统实验平台

整个控制系统实验平台由环型倒立摆对象、控制系统硬件电路（含信号采样电路、信号处理电路、控制器接口电路、PWM 功放电路和其它辅助电路）、数字控制器（单片机最小系统组成）、高品质直流电源和软件应用程序（完成采样和通讯功能）组成。

### 5.2 实验结果

在控制系统硬件、软件分别通过调试以后，进行倒立摆控制系统的软、硬件联机调试和实验。倒立摆控制系统实验数据跟踪结果如下。

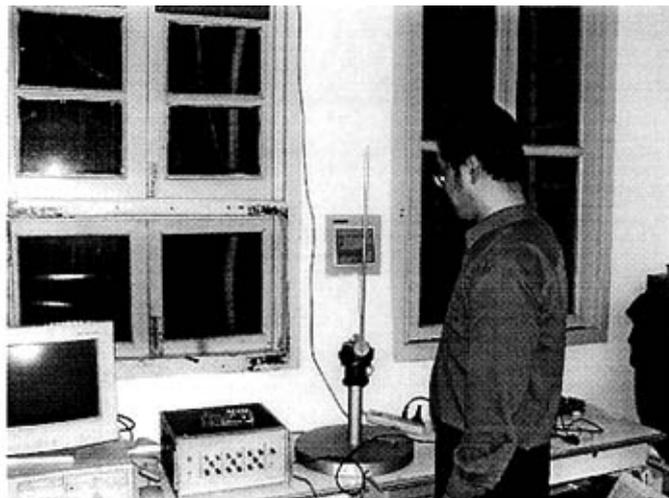


图 5-1 计算机控制方式下的环型倒立摆实验

图 5-1 所示，为计算机控制方式下的倒立摆控制实验中，实验数据表明：基于对象确定数学模型基础上的状态空间反馈控制策略、二次最优控制策略可以实现环型一级倒立摆的稳定控制，但实现的难度要远远大于模糊控制策略的实现。实验结果反映出，基于融合技术的模糊控制策略更适合于复杂、模型不确定及非线性的系统，往往通过简单的模糊规则，可以实现倒立摆的稳定控制，且鲁棒性好。

环型倒立摆摆杆偏转角度电压信号如图 5-2 所示。

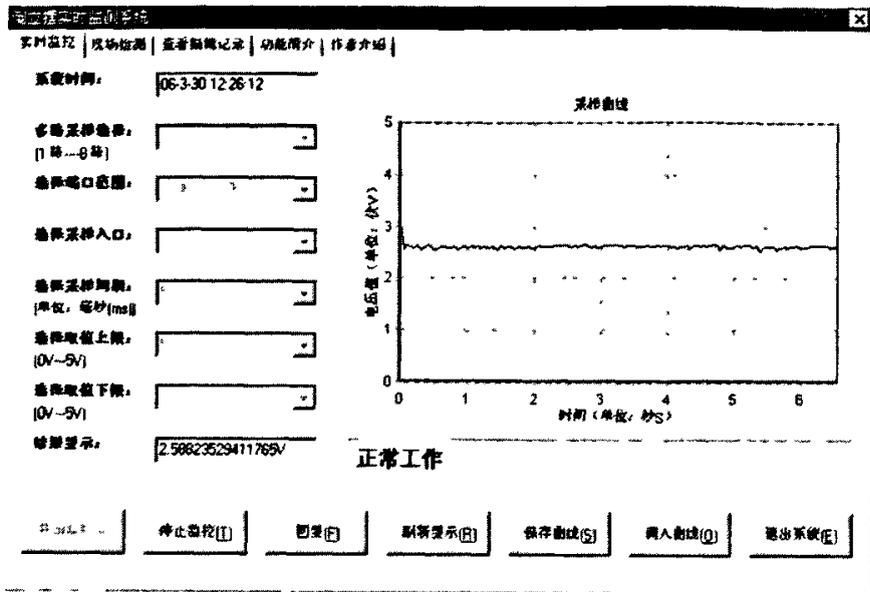


图 5-2 环型倒立摆的摆杆偏转角度信号  $\phi$  实时曲线图

环型倒立摆倒摆偏转角度电压信号如图 5-3 所示。

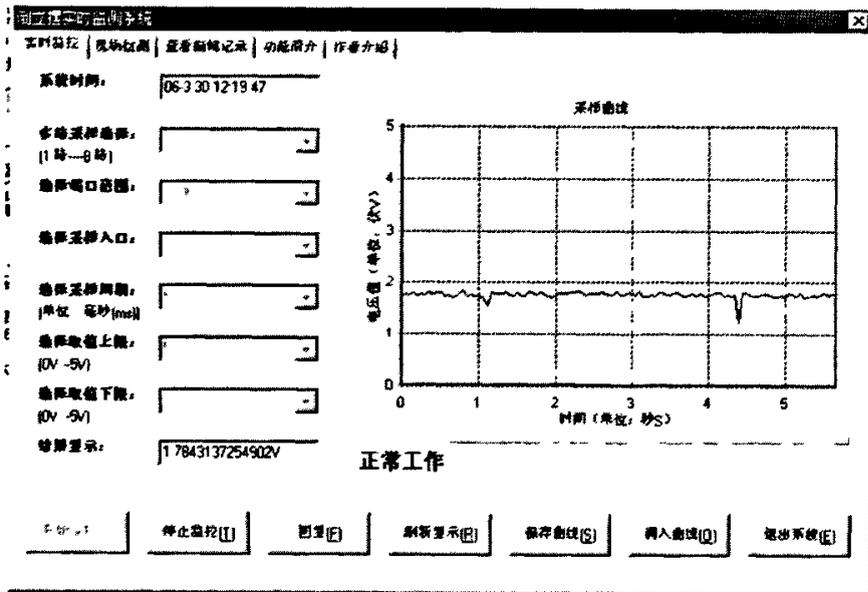


图 5-3 环型倒立摆的倒摆偏转角度信号  $\theta$  实时曲线图

### 5.3 问题分析与探讨

倒立摆实验系统本身存在严重的非线性问题，包括：倒立摆对象的非线性、磨

擦非线性、检测电位器非线性、控制电路的非线性、数字量化非线性等因素，因此，消除和利用非线性因素，是倒立摆控制系统设计中的必须面对的问题。另外，认真对待电源电压干扰的不确定性、克服地线的干扰问题也是十分必要的。实验过程中，实现倒立摆的稳定控制，在控制操作之前，进行准确的零点调节十分重要。

## 第六章 结论与展望

目前,针对倒立摆及其控制策略研究已进入一个新的阶段<sup>[42]</sup>,主要分为几个方向:研制更具小型化、模块化和多功能组合的倒立摆实验装置;适用于各种类型倒立摆系统参数识别和性能分析的专业软件;GA, NN 和  $H_{\infty}$  等控制领域边沿的控制算法和策略研究与应用;基于 Internet 的倒立摆系统开发与设计等。本论文正是基于实验室现有条件,对环型倒立摆控制系统的研究,一方面,从硬件系统设计入手,进行倒立摆控制系统设计,以及在单片机控制器实现方式下的控制策略研究;另一方面,应用现代控制理论和模糊控制理论和方法进行倒立摆稳定性控制研究,并实现倒立摆稳定控制,为倒立摆控制的实验研究打下了一定基础,积累了大量控制经验。论文工作总结如下:

- 1、环型倒立摆的常规建模方法和数学模型的建立进行了实践,并在此基础上对倒立摆的运动特性进行了仿真研究,得出倒立摆自然不稳定结论。
- 2、运用现代控制理论和模糊控制理论和方法,对环型倒立摆进行了控制理论研究和控制规律仿真研究,设计出基于有效控制方法的模拟控制器和单片机控制器,为进一步实现基于 DSP、计算机控制、基于 MATLAB 半实物仿真控制,乃至基于 WEB 的远程控制打下良好的基础。
- 3、本论文的工作,更进一步明确了基于倒立摆控制的实验研究,所要进行的下一步的工作,以及工作中所要注意的问题。

由于种种原因,作者在论文中,还有很多值得研究的问题未能涉及,值得进一步深入地研究和探讨。有待进一步研究的问题和方向:

- 1、倒立摆是一典型的非线性对象,进一步进行非线性控制理论研究十分有必要,以及如何有效实现非线性系统的控制问题。
- 2、进一步完善倒立摆控制系统硬件设计,加强应用软件的开发,为深入研究先进控制理论和策略创造更加良好的条件。
- 3、运用先进的控制算法和策略,进行多级的复杂倒立摆控制研究和实现,是倒立摆研究的诸多方向之一。
- 4、进行基于 MATLAB 半实物仿真控制系统和基于 WEB 远程控制研究是今后研究的主要方向。

## 参考文献

- [1] 张冬军,从爽,秦志强. 倒立摆控制系统研究综述[J]. 控制工程, 2003, 10(7): 9~13.
- [2] Spong M W. The swing up control problem for the Acrobot[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1995, 15(1): 49~55.
- [3] Spong M W, Block D. The penduot: a mechatronic system for control research and education[A]. Proc. IEEE CDC[C]. US: NEW Orleans, 1996.
- [4] 郑新, 闫建国. 倒立摆计算机控制系统[J]. 电脑与电子, 2000.
- [5] 杨亚炜, 张明廉, 三级倒立摆的数控稳定[J]. 北京航空航天大学学报, 2000, 26(3): 311~314.
- [6] 张冬军, 丛爽等. 环型倒立摆的控制研究与实现. 信息与控制 [J], 2003, 32(4), 123~127.
- [7] Mori, Shoao, Nishihars H, Furuta K. Control of unstable mechanical system: control of pendulum[J]. Int. J. of Control, 1976, 23(5): 673~692.
- [8] Furuta K, Katsuhisa, Kajiwara H, Kosuge K. Digital control of a double inverted pendulum on an inclined rail[J]. Int. J. of Control, 1980, 32(5): 907~924.
- [9] Furuta K, Karsuhisa, Ochia T, Ono N. Attitude control of a triple inverted pendulum[J]. Int. J. of Control, 1984, 39(6): 1351~1365.
- [10] Tsachouridis V a, Medrano-Cerda G A. Discretetime control of a triple inverted pendulum with single control input[J]. IEE Proc. Control Theory Appl, 1998, 146(60): 567~577.
- [11] Eltohamy K G. Nonlinear optimal control of a triple inverted pendulum with single control input[J]. Int. J. of Control, 1998, 69(2): 239~256.
- [12] 张风登, 何介奎, 钱维铁. 平行倒立摆的微型计算机控制[J]. 自动化学报, 1989, 15(5), 458~462.
- [13] 蒋国飞, 吴沧浦. 基于 Q 学习算法和神经网络的倒立摆控制[J]. 自动化学报, 1998, 24(5): 663~666.

- [14]王直杰,方建安,邵世煌.采用模糊自适应评价的增强式学习控制[J].微型电脑应用,2000,16(2):19~22.
- [15]刘妹琴,廖晓昕,陈际达等.用进化 RBF 神经网络控制二级倒立摆[J].控制理论与应用,2000,12(4):593~600.
- [16]Jyh. ShingRongerJang. ANFIS: Adaptive Networks Based Fuzzy Interface System. IEEE Trans. On System. Man. and Cybernetics, 1993, 23(3):665~685.
- [17]李洪兴,苗志宏,王加银.四级倒立摆的变论域自适应模糊控制[J].中国科学(E辑),2002,32(1):65~75.
- [18]张飞舟,范跃祖,沈程智等,利用云模型实现智能控制倒立摆[J].控制理论与应用,2000,17(4):519~523.
- [19]张飞舟,陈伟基,沈程智.拟人智能控制三级倒立摆机理的研究[J].北京航空航天大学学报,1999,25(2):151~155.
- [20]张乃尧.倒立摆的双闭环模糊控制[J].控制与决策,1996,11(1),85~88.
- [21]赵海龙.倒摆的简易模糊控制[J].控制理论与应用,2000,17(2):231~234.
- [22]童诗白等.模拟电子技术基础[M].北京:高等教育出版社,2001.317~321.
- [23]王兆安,黄俊.电力电子技术[M].北京:机械工业出版社,2003.150~165.
- [24]李广弟,朱月秀,王秀山.单片机基础[M].北京:北京航空航天大学出版社,2001.239~254.
- [25]尤一鸣,傅景义,王俊省.单片机总线扩展技术[M].北京:北京航空航天大学出版社,1993.2~11.
- [26]赵保经,罗振侯,范敏,陆伟群. A/D 和 D/A 转换器应用手册[M].上海:上海科学普及出版社,1995.114~586.
- [27] K. Furuta, I. Okutani, H. Sone. Computer Control of A Double Inverted Pendulum[J]. ComPut. & Engng, 1978, 5:67~84.
- [28]余祖俊.微机检测与控制应用系统设计[M].北京:北方交通大学出版社,2001.67~106.
- [29]宋君烈,肖军,徐心和.倒立摆系统的 Lagrange 方程建模与模糊控制[J].东北大学学报(自然科学版),2002,23(4):333~337.
- [30]粟梅等.倒立摆的简易现代控制[J].控制工程,2004,11(2):180~183.
- [31]Hamberg J. General matching conditions in the theory of controlled

- Lagrangians[A]. Proc 38<sup>th</sup> IEEE Conf Decision Control[C].Phoenix AI, 1999. 2520~2523.
- [32] Bloch A M, Leonard N E, Marsden J E. controlled lagrangians and the stabilization of mechanical systems[J]. IEEE Trans on Automatic control, 2000, 45(12):2253~2260.
- [33] 固高科技(深圳)有限公司、中国科学技术大学. 固高摆实验与与自动控制实验. 2002. 73~78.
- [34] 叶敏, 肖龙翔. 分析力学[M]. (第1版). 天津:天津大学出版社, 2001. 246
- [35] 黄忠霖. 控制系统 matlab 计算及仿真[M]. 北京:国防工业出版社, 2001. 105~182.
- [36] 吴麒. 自动控制原理(下册)[M]. 北京:清华大学出版社, 2001. 3~23.
- [37] 刘金琨. 先进PID控制及其MATLAB仿真[M]. 北京:电子工业出版社, 2003. 68~69.
- [38] 魏克新、王云亮、陈志敏. MATLAB语言与自动控制系统设计[M]. 机械工业出版社, 1997. 108~109.
- [39] 郑大钟. 线性系统理论[M]. (第1版). 北京:清华大学出版社, 1990. 144~147
- [40] 张国良等. 模糊控制及其MATLAB应用[M]. 西安:西安交通大学出版社, 2002. 25.
- [41] 曲建岭等. 基于信息融合的多输入模糊控制器设计方法[J]. 测控技术, 1999, 18(7):8~10.
- [42] 窦春红, 黄明键, 王中华, 王新江. 倒立摆系统及其控制策略研究现状[J]. 中南工业大学学报(自然科学版), 2003, 34(2):96~99.

## 致 谢

在论文即将完成之际，我要特别感谢我的导师桂卫华教授。本论文的研究工作是在桂教授的悉心指导下完成的，导师丰富的实践经验，一丝不苟的治学精神和孜孜不倦的治学态度，兢兢业业的工作作风，使本人受益非浅。在此论文完成之际，谨向导师致以最诚挚的感谢和敬意。

我要深深地感谢我的父母和家人对我的支持和关心！无论在物质上还是在精神上，他们都给了我巨大而无私的帮助。

感谢袁艳博士、伍侠云老师在硕士论文期间对我的关心和帮助。

感谢董青龙、李聪、徐明给予我的支持和帮助。

最后，对所有关心、支持和帮助过我的师长、同事、同学、朋友表示衷心的感谢！

李志民

2006年3月于中南大学

## 攻读硕士学位期间主要的研究成果

- 1、李志民，桂卫华，袁艳. 倒立摆的模糊 PID 控制. 计算技术与自动化, 2004, 第 23 卷, 第 3 期: 38 ~ 41.

# 基于单片机的倒立摆控制系统设计与实现

作者: [李志民](#)  
学位授予单位: [中南大学](#)

本文链接: [http://d.g.wanfangdata.com.cn/Thesis\\_Y997333.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Thesis_Y997333.aspx)

授权使用: 中南大学(zndx), 授权号: 03280389-8aa6-4045-8c77-9e9a00a9e6f6

下载时间: 2011年3月2日