LCR meter 中阻抗测量的矢量计算

—By Receiver, Apr 26,2011

一：自动平衡电桥(Auto balance bridge_ABB)

使用运算放大器作为自动平衡电桥的 LCR 测量电路，其基本结构如下图：

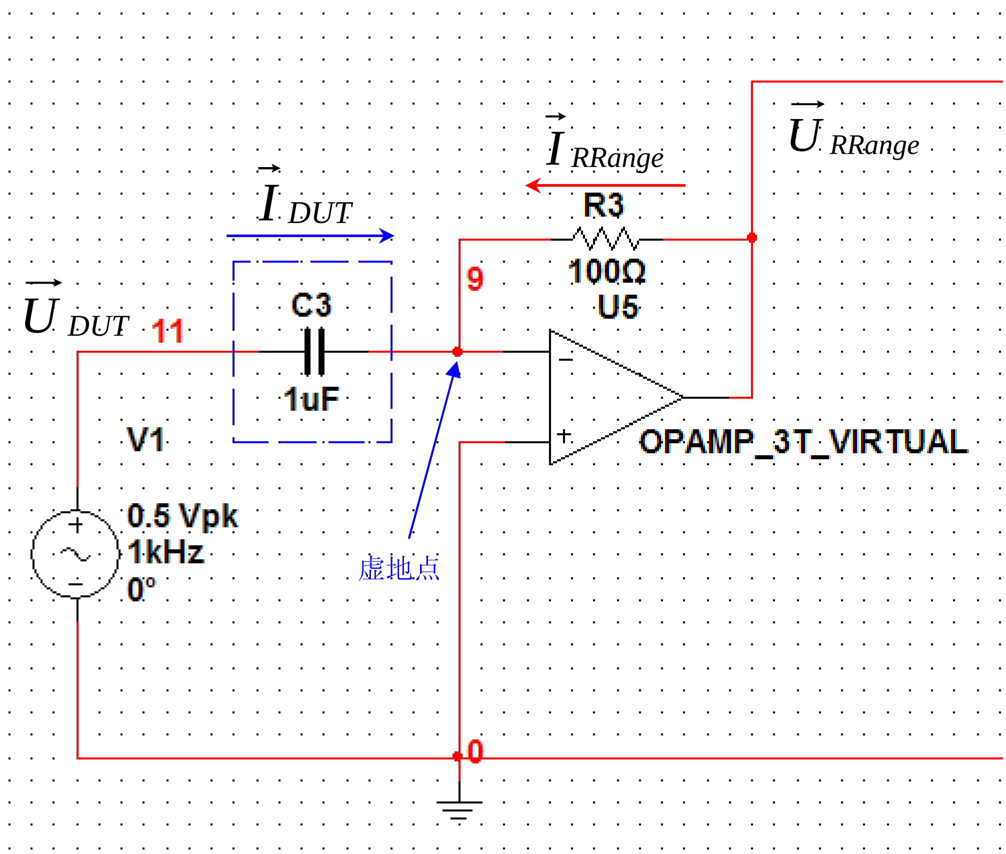

图 1：由运算放大器构成的自动平衡电桥

其中，激励源 V1 向 DUT 注入测量信号，电流流经 C3 后进入运放的反相端；
由于运放的虚短特性，反相端的电位与其同相端相同，所以都为 0 电平；
同时，该电路本质上为一个互阻放大器，所以流经 C3 的电流与流经 R3 的电流相等，方向相反，电路自动达到平衡。

$$\vec{U}_{RRange} = R_{Range} * \vec{I}_{Range}$$ (图中 R3 即为量程电阻 R_{Range})

二：相敏检波器(Phase sensitive detector_PSD)

1：由模拟乘法器构成的 PSD

模拟乘法器的本振端输入一正弦波，与输入端的正弦波进行相乘后会得到一个直流分量和一个二倍频的正弦波，经过后面低通滤波器的滤波则得到直流分量(与原信号幅度相比会多一个(0.5* A_{LO})倍的系数)。

具体的推导过程如下：

设：

$U_{IN} = A_{IN} * \sin(\omega t + \varphi)$ // U_{IN} 为输入激励信号

$U_{LO(I)} = A_{LO} * \sin(\omega t)$ // $U_{LO(I)}$ 为同相本振信号

$U_{LO(Q)} = A_{LO} * \cos(\omega t)$ // $U_{LO(Q)}$ 为正交本振信号

$U_{Mult-Iout}$ [与同相（即相位与激励信号相同）本振信号相乘后的输出信号]

$$= U_{IN} * U_{LO(I)}$$

$$= A_{IN} * A_{LO} * \sin(\omega t + \varphi) * \sin(\omega t)$$

$$= 0.5 * A_{IN} * A_{LO} * [\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$U_{Mult-Qout}$ [与正交（即相位与激励信号相差90度）本振信号相乘后的输出信号]

$$= U_{IN} * U_{LO(Q)}$$

$$= A_{IN} * A_{LO} * \sin(\omega t + \varphi) * \cos(\omega t)$$

$$= 0.5 * A_{IN} * A_{LO} * [\sin(\varphi) - \sin(2\omega t + \varphi)]$$

低通滤波器滤除高频分量后得到同相和正交的直流电压：

$U_{Inphase}$

$$= 0.5 * A_{IN} * A_{LO} * \cos(\varphi)$$

U_{Quad}

$$= 0.5 * A_{IN} * A_{LO} * \sin(\varphi)$$

以上数学过程从电路上进行分析，则是如下过程：

模拟乘法器 PSD 的本振信号是正弦波，本振与输入的正弦信号相乘，相乘的结果得到一个具有一定偏置电压的 2 倍频正弦波信号。由于后续 RC 电路的积分效应，2 倍频的高次项会被积分掉(积分时间等于半周期的整数倍时)，只剩下直流偏置分量，而这个直流电压则直接与相位差的大小有关系。用 0 度和 90 度的本振做两次乘法后，就可以用所得的两个直流电压来表示输入信号的矢量(包括其幅度和相位)。

用下图所示的电路对模拟乘法器 PSD 进行仿真，

图中，A1 为模拟乘法器，增益为 1，输出偏置为 0V，其输入端 X 接激励信号 V1，Y 端接本振信号 V2。A1 的输出端连接由 R1 和 C1 组成的低通滤波器，滤波器的输出则为积分后的直流电压。示波器的四个通道[1(黄),2(蓝),3(紫),4(绿)]则分别监测这四个信号。

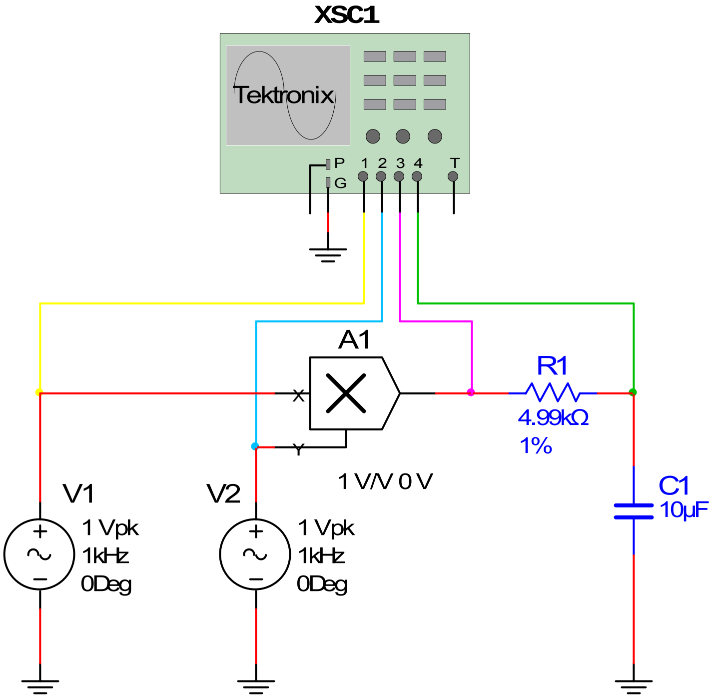

图 2：模拟乘法器 PSD 仿真电路

从图 3~图 6 可以看出，输入信号在与本振信号相乘后，输出信号会产生 2 倍频分量，这一分量在积分后所得的直流电压就能够直接反映输入激励信号的实部(本振=0 度时)和虚部(本振=90 度时)

由于待积分的输出信号的频率为原输入信号的 2 倍，因此其周期变为原输入信号的一半，也就是说，只要考察 0 度~180 度时间内的积分结果就可以得到其输出直流电压的大小。

因此，模拟乘法器 PSD 的积分输出(激励信号与本振信号同相时)

$$= \int_0^{\pi} (\sin x * \sin x) dx$$

$$= \int_0^{\pi} (\sin^2 x) dx$$

$$= \frac{\pi}{2}$$

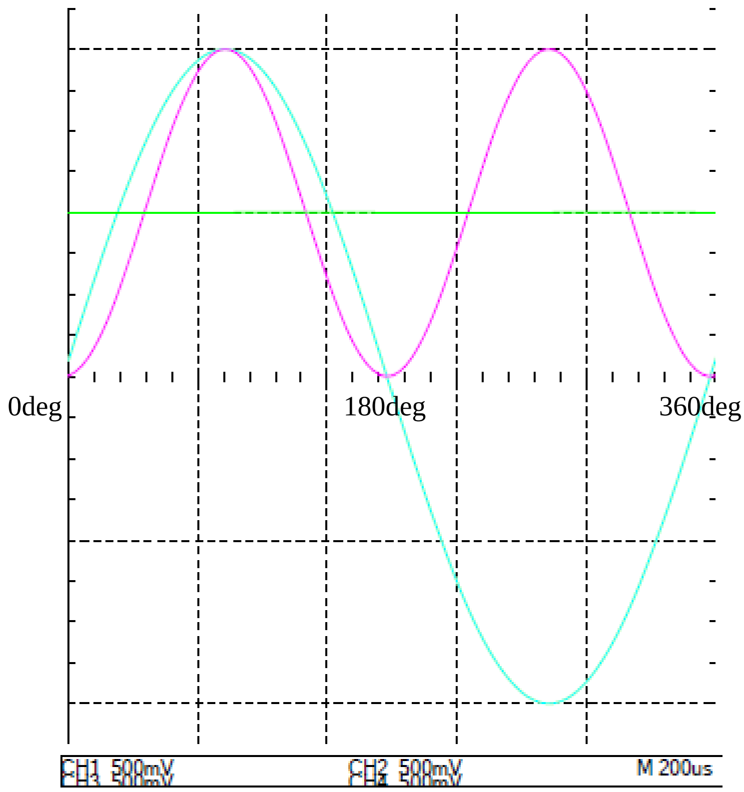

图 3：激励=0 度，本振=0 度时的波形

[Vdc= 0.5V]

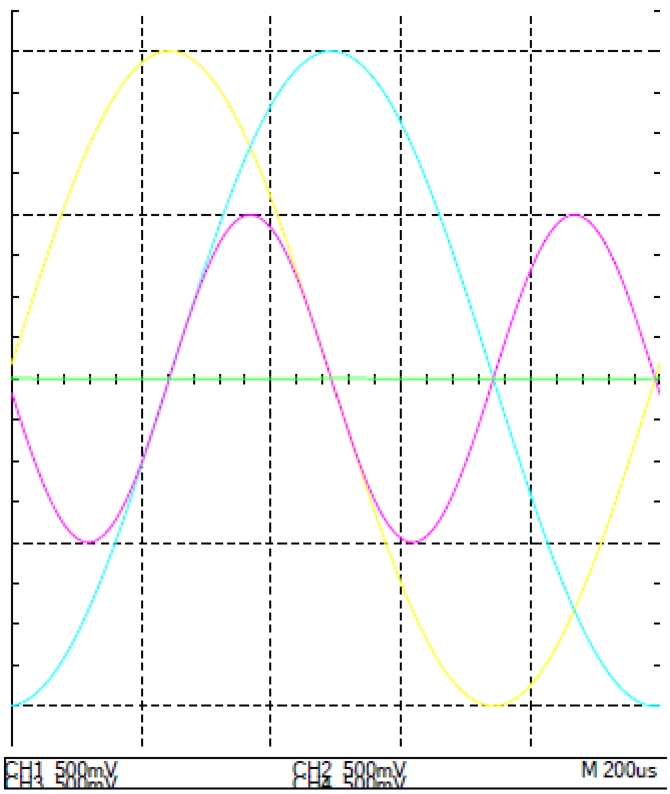

图 4：激励=0 度，本振=90 度时的波形

[Vdc= 0V]

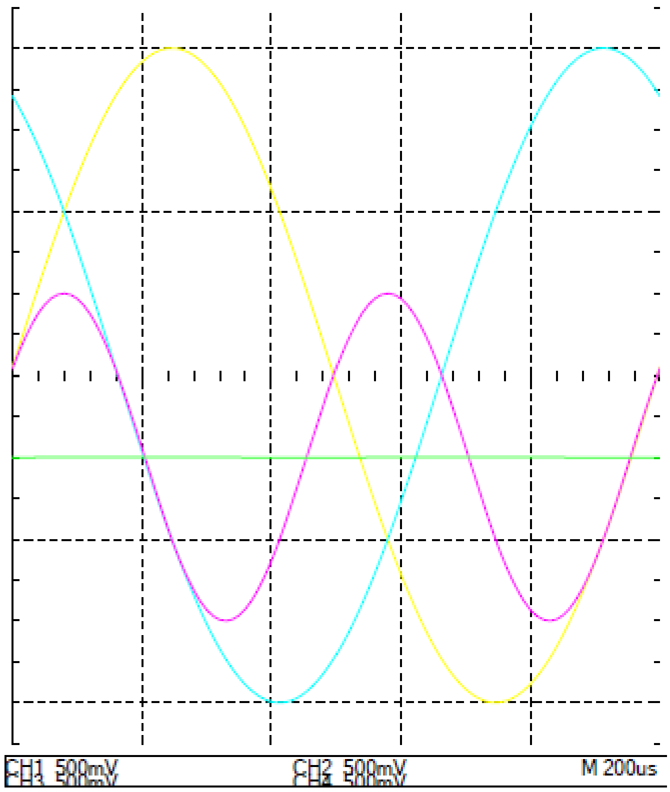

图 5：激励=120 度，本振=0 度时的波形

[Vdc= -0.25V]

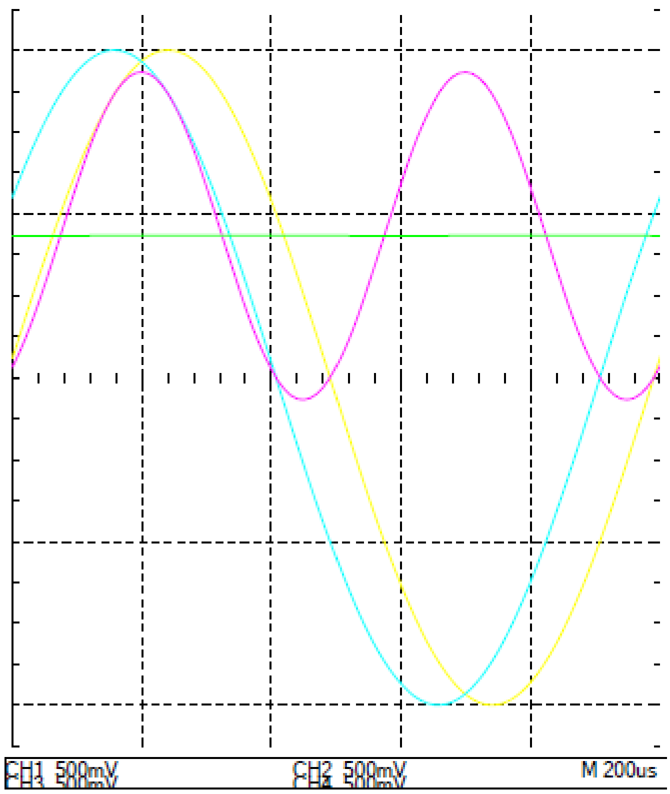

图 6：激励=120 度，本振=90 度时的波形

[Vdc= 0.433042V]

2：由模拟开关构成的 PSD

由模拟开关构成的 PSD 的电路如下图所示：

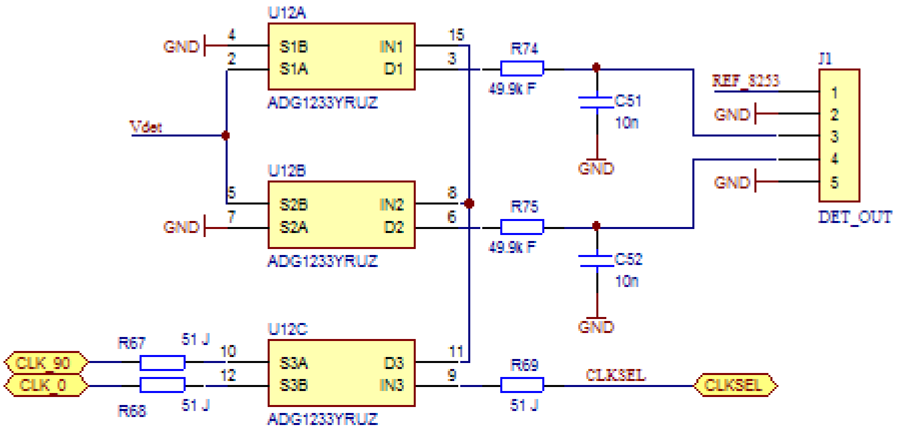

图 7：由模拟开关构成的 PSD 电路

从电路形式上看，模拟开关 PSD 与模拟乘法器 PSD 有很大不同，但是本质上两者是一致的，分析如下：

模拟开关 PSD 的本振信号是方波，并不直接与输入信号相乘，但是当本振为高电平时开关打开，允许信号通过；本振为低电平时开关关闭，信号无法通过。

当采用 2 个模拟开关组成互补对称结构以后，则进一步演变为：

当本振为高电平时开关只允许通过输入信号的正半周，负半周无法通过；

相当于对正半周信号进行*1 运算，而对负半周进行*0 运算。

当本振为低电平时开关只允许通过输入信号的负半周，正半周无法通过；

相当于对负半周信号进行*1 运算；而对正半周进行*0 运算。

由于两路开关的输出信号最终为相减运算(积分后分别接到 ADC 差分输入端口的+和-端)，所以负半周的*1 需要加上符号，综合下来负半周时等效为*(-1)，最终相当于将负半周的信号翻到正半周)，因此与模拟乘法器用正弦信号作本振时的情形类似，当本振的方波信号与输入信号同相时，在 180 度~360 度之间的输出信号波形与 0 度~180 度的相同。

对比模拟乘法器 PSD 和模拟开关 PSD 两者的输出波形，由于两者各自 0~180 度与 180~360 度的都完全相同，因此考察两者积分后输出电压的差异只需在半个周期内计算即可。

综合以上讨论，模拟乘法器与模拟开关两种 PSD 的最终差别仅仅在于本振信号波形的差异，模拟乘法器 PSD 所乘的本振信号为正弦函数，而模拟开关 PSD 所乘的本振信号为开关函数；

对模拟开关 PSD 的输出信号(0 度~180 度内)进行积分后，输出电压的数学表达式如下：

$$= \int_0^{\pi} (\sin x * 1) dx$$

$$= \int_0^{\pi} (\sin x) dx$$

$$= 2$$

所以模拟乘法器和模拟开关两种 PSD 的输出信号积分后的电压之比为：

$$V_{DC\_Multiplier} : V_{DC\_Switch}$$

$$= \frac{\pi}{2} : 2$$

$$= \frac{\pi}{4}$$

根据前文的计算结果，模拟乘法器 PSD 的输出信号积分后电压为：

$$U_{DC\_Inphase}$$

$$= 0.5 * A_{IN} * A_{LO} * \cos(\varphi)$$

$$U_{DC\_Quad}$$

$$= 0.5 * A_{IN} * A_{LO} * \sin(\varphi)$$

因此，模拟开关 PSD 的输出信号积分后电压为：

$$U_{DC\_Inphase}$$

$$= \frac{4}{\pi} * 0.5 * A_{IN} * A_{LO} * \cos(\varphi)$$

$$U_{DC\_Quad}$$

$$= \frac{4}{\pi} * 0.5 * A_{IN} * A_{LO} * \sin(\varphi)$$

由于开关打开时信号完全通过，相当于*1，因此系数 $A_{LO} = 1$，

因此上式可以进一步简化为：

$$U_{DC\_Inphase}$$

$$= \frac{2}{\pi} * A_{IN} * \cos(\varphi)$$

$$U_{DC\_Quad}$$

$$= \frac{2}{\pi} * A_{IN} * \sin(\varphi)$$

矢量信号可以用以下通用式表达：

$$\vec{U} = U_{\mathrm{Re}al} + jU_{\mathrm{Im}age}$$
$$= |Z| \angle \theta$$
$$|Z| = \sqrt{U_{\mathrm{Re}al}^2 + U_{\mathrm{Im}age}^2}$$
$$\theta = \arctan(\frac{U_{\mathrm{Im}age}}{U_{\mathrm{Re}al}})$$

原激励信号$U_{IN} = A_{IN} * \sin(\omega t + \varphi)$，换成以上矢量表达式即为：

$$|Z| = |A_{IN}|$$
$$\theta = \varphi$$

即：

$$\vec{U} = U_{\mathrm{Re}al} + jU_{\mathrm{Im}age}$$
$$= A_{IN} * \cos(\varphi) + j * A_{IN} * \sin(\varphi)$$

与积分后所得的 Inphase/Quad 两个直流电压比较，发现两者相差了$\frac{2}{\pi}$倍，

即：

$$U_{DC\_Inphase} / U_{\mathrm{Re}al} = \frac{2}{\pi}$$
$$U_{DC\_Quad} / U_{\mathrm{Im}age} = \frac{2}{\pi}$$

所以：

$$U_{\mathrm{Re}al} = \frac{\pi}{2} * U_{DC\_Inphase}$$
$$U_{\mathrm{Im}age} = \frac{\pi}{2} * U_{DC\_Quad}$$

因此，如果用$U_{DC_Inphase}$和U_{DC_Quad}来表达原矢量应该为：

$$\vec{U}$$
$$= U_{\mathrm{Re}al} + jU_{\mathrm{Im}age}$$
$$= \frac{\pi}{2} * U_{DC\_Inphase} + j * \frac{\pi}{2} * U_{DC\_Quad}$$

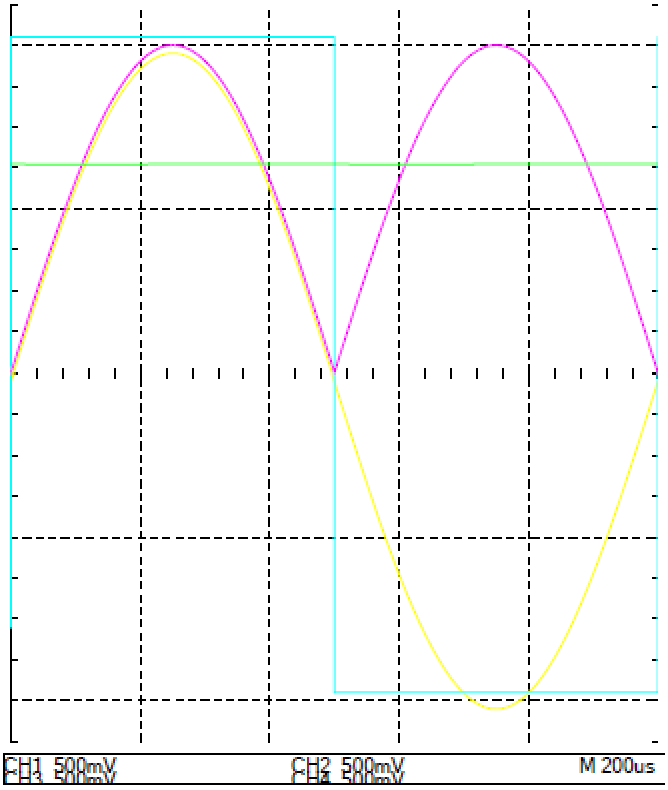

图 8：激励=0 度，本振=0 度时的波形

[Vdc= 0.636407V]

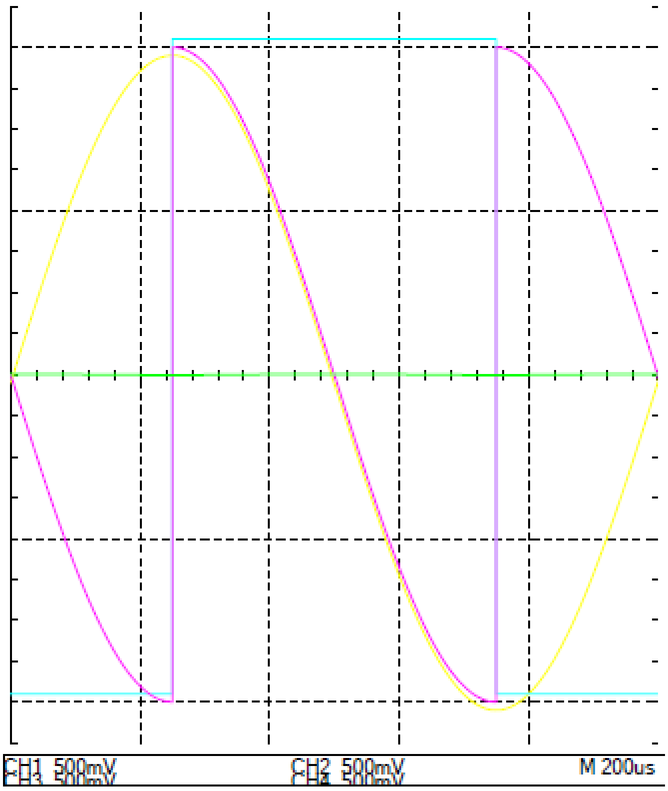

图 9：激励=0 度，本振=0 度时的波形

[Vdc= 0V]

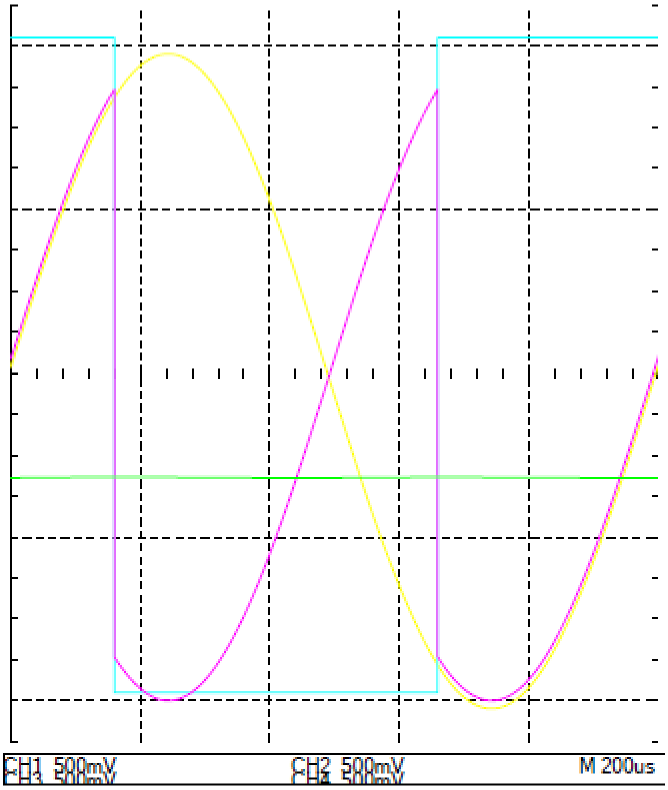

图 10：激励=120 度，本振=0 度时的波形

[Vdc= -0.318205V]

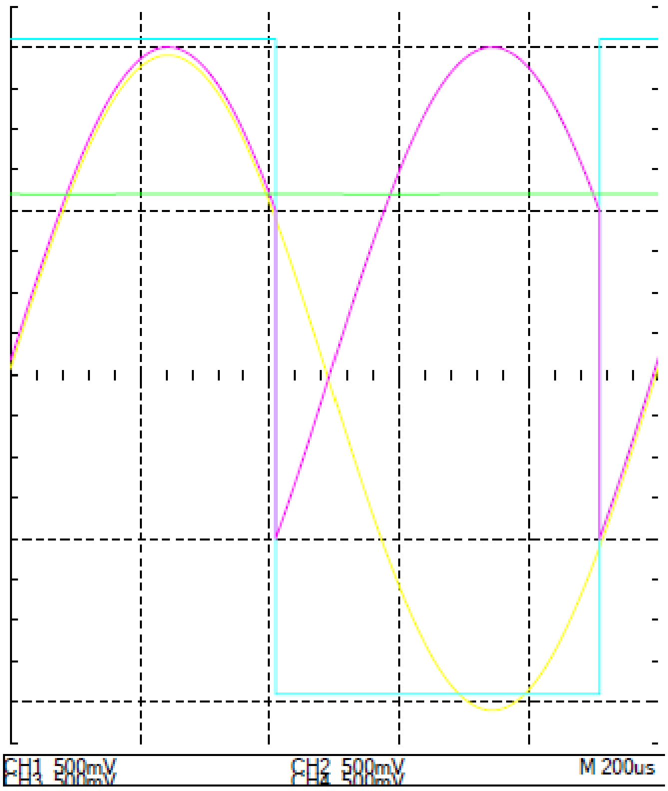

图 11：激励=120 度，本振=90 度时的波形

[Vdc= 0.551144V]