

混沌 PWM 逆变器输出电压功率谱密度分析

李冠林¹, 陈希有², 刘凤春²

(1. 哈尔滨工业大学电气工程系, 黑龙江省 哈尔滨 150001

2. 大连理工大学电气工程与应用电子技术系, 辽宁省 大连市 116023)

Analysis of Power Spectral Density of the Output Voltage in Chaotic PWM Inverter

LI Guan-lin¹, CHEN Xi-you², LIU Feng-chun²

(1. Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, Heilongjiang Province, China

2. Department of Electrical and Electronics Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, Liaoning Province, China)

ABSTRACT: Chaotic pulse width modulation (PWM) results in the reduction of the amplitude of harmonic in the switching frequencies, with advantageous effect on the suppression of the acoustic noise concentrated at specific tones in an inverter-driven electric machine. The power spectral density (PSD) of the output voltage of the inverter has been analyzed, and the relationship between the probability density function and the PSD of the output has been developed using some reasonable simplification. The effect of the chaotic signals (Logistic and Chua's) with different probability density on the output spectrum has been analysis contrastively according to the PSD expression. Experimental results show that the chaotic PWM can restrain the amplitude of the higher harmonic, and especially, chaotic signals with different probability density almost have the same affection on the output spectrum.

KEY WORDS: inverter; pulse width modulation; chaos; power spectral density

摘要: 逆变器采用混沌 PWM(pulse width modulation)调制能够有效抑制开关频率及其倍频附近的高次谐波幅值,从而大大减少逆变器驱动电机的电磁干扰。该文对混沌 PWM 逆变器输出电压的功率谱密度进行了分析,经过合理简化得到了混沌信号概率密度函数与逆变器输出电压功率谱密度之间的关系。根据功率谱密度的表达式,对比分析了概率分布不同的两种混沌序列(Logistic 和 Chua's)对逆变器输出电压功率谱密度的影响。实验结果表明,采用混沌 PWM 调制可以有效抑制逆变器输出电压的高次谐波幅值,并且概率分布不同的 2 种混沌信号对 PWM 逆变器输出频谱的影响差别不大。

关键词: 逆变器; 脉宽调制; 混沌; 功率谱密度

0 引言

传统 PWM 逆变器的输出电压中含有幅值很大的谐波电压,这些谐波主要分布在开关频率及其倍

频处,能够引起电动机的机电噪声。自 20 世纪 80 年代中期以来,人们对 PWM 逆变器产生的机电噪声给予了越来越多的关注^[1-7]。1993 年至 1994 年, V.G.Agelidis 和 A.M.Trzynadlowsky 等人提出了随机 PWM(Random pulse width modulation, RPWM)调制法^[1-2]。它从改变噪声的频谱分布入手,使逆变器输出电压的谐波均匀地分布在较宽的频带范围内,以此来达到抑制噪声防止机械共振的目的。在开关频率不能太高的情况下,是降低电动机噪音和机械振动的有效手段。

根据实现方式的不同,RPWM 法大致可以分为随机开关频率 PWM,随机脉冲位置 PWM 和随机开关 PWM 三类^[8-11]。任何随机 PWM 方式的实现都离不开随机信号。由于理想随机信号很难产生,因此一般都用伪随机信号来代替。然而,与理想的随机信号相比,伪随机信号受其序列长度的限制,随机性受到一定的影响,且生成方法相对复杂。随着混沌理论研究的日趋深入,人们发现混沌系统具有内在随机性,即使是简单的迭代公式也可以产生十分复杂的运动。因此,基于 RPWM 的基本思想,可以利用混沌信号替代伪随机信号,构造新的混沌 PWM 调制信号(Chaotic pulse width modulation, CPWM)。文献[12]采用蔡氏电路混沌信号替代随机信号,将混沌载波频率调制方式应用于 DC-DC 变换器,并对其功率谱密度进行了分析。研究发现,与随机信号相比,采用混沌调制信号能够降低输出电压的低频谐波成分,从而改善了 DC-DC 变换器输出的频谱分布情况。

文献[12]同时还分析了 DC-DC 变换器应用混

沌 PWM 调制信号时输出的功率谱密度, 并给出了具体的表达形式。在 DC-DC 变换中占空比为一常数, 但在 PWM 逆变器中, 占空比 $d(t) = [1 + M_0 F(t)]/2$, 它在(0, 1)之间变化(其中 M_0 为调制度, $F(t)$ 为调制函数)。占空比与采样时刻 t 有关, 而采样时刻又与开关周期关联, 这使得不同开关周期内的脉冲宽度不再是相互独立的, 而是相互影响^[13]。因此 2 种情况下的功率谱密度的分析方法存在差别, 必须进一步研究混沌 PWM 逆变器输出的功率谱密度。

本文以电压型单相全桥 SPWM 逆变器为例, 研究了混沌 PWM 调制技术在逆变器中的应用。分析了混沌 PWM 逆变器输出电压的功率谱密度, 给出了相应的表达形式, 并对比分析了不同混沌信号的概率密度函数对输出电压功率谱密度的影响, 从而为混沌 PWM 信号的选取提供了依据。

1 混沌 PWM 调制

在传统的 PWM 调制方式的基础上, 使载波频率按照某种混沌规律变化, 与相应的调制波比较, 所生成的调制信号即为混沌 PWM 调制信号。本文以图 1 所示电压型单相全桥 SPWM 逆变器为例, 说明混沌 PWM 调制信号的产生及其对逆变器输出电压频谱分布的影响。

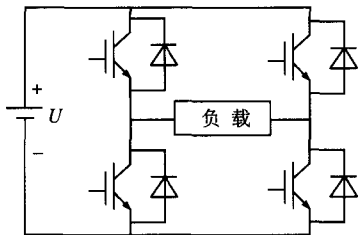


图 1 电压型单相全桥逆变器

假定所采用的混沌信号为 logistic 混沌序列 $L(m)$, 其递推表达式为

$$L(m+1) = 4L(m)[1 - L(m)] \quad (1)$$

设调制波 $F(t) = \sin(2\pi f_1 t + \varphi)$, 其中 $f_1 = 50$ Hz 为基波频率; φ 为初相位; 调制度 M_0 取 0.9; 载波周期 τ_m 设为混沌序列的函数。本文取载波周期 $\tau_m = [0.5 + L(m)]T_0$, 其中 $T_0 = 1/(20f_1)$ 为常数; 第 m 个开关周期内的占空比 $d(t_m) = [1 + M_0 F(t_m)]/2$ 。

在第 m 个开关周期内, 开关的导通与关断情况如图 2 所示。

则单相二阶逆变器输出电压可以表示为

$$u(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} u_m(t - t_m) \quad (2)$$

其中:

$$u_m(t - t_m) = \begin{cases} U, & \text{for } t_m < t < t_m + d(t_m)\tau_m \\ -U, & \text{for } t_m + d(t_m)\tau_m \leq t \leq t_m + \tau_m \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$t_m = \sum_{i=0}^{m-1} \tau_i \quad (4)$$

$$m = 1, 2, \dots, \tau_0 = 0$$

根据式(2)、(3)和(4)所表示的逆变器输出电压, 可以进一步分析混沌 PWM 调制对其频谱分布的影响。

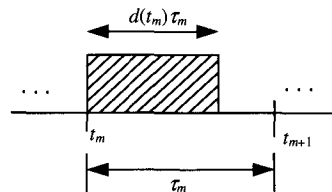


图 2 第 m 个开关周期内开关的导通与关断

Fig. 2 On and off state in the m th switching period

2 功率谱密度分析

由于混沌信号具有内在的随机性, 因此在 PWM 逆变器引入混沌信号后, 其输出电压脉冲序列也具有了随机性特征。因此可以通过分析功率谱密度来了解输出电压的频谱分布情况。

根据维纳-欣钦定理, 随机信号的功率谱密度可以表示为其自相关函数的傅里叶变换, 即

$$S(f) = F[R(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (5)$$

式中 $R(\tau)$ 为输出电压信号的自相关函数^[13],

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left[\int_{-T/2}^{T/2} u(t) u(t - \tau) dt \right] \quad (6)$$

其中 $E[\]$ 为数学期望算子。

将式(2)代入式(5), 可以得到功率谱密度为

$$S(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{NT_0} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N E[F_m(f) F_n^*(f) e^{j2\pi f (t_n - t_m)}] \quad (7)$$

其中 $F_m(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u_m(t) e^{-j2\pi f t} dt = \frac{jU}{2\pi f} (2e^{-j2\pi f d(t_m)\tau_m} -$

$$e^{-j2\pi f \tau_m} - 1) = F[d(t_m), \tau_m] \quad (8)$$

$$F_n^*(f) = F_n(-f) = F^*[d(t_n), \tau_n] \quad (9)$$

由于式(7)为无穷项之和, 不能直接用来计算功率谱密度, 因此需要对其进行一定的简化。

已知基波周期 $T_1 = 1/f_1$, 开关周期的数学期望为 $E[\tau]$, 且有 $E[\tau] = T_0$ 。

若令 $l = T_1/T_0$ ，可以记 $N = il$ ，则 $N \rightarrow \infty$ 等价于 $i \rightarrow \infty$ 。显然，根据以上假设， l 代表在一个基波周期内开关周期个数的数学期望值。

对于第 m 个开关周期，可以将其表示为 $m = hl + M$ ，其中 h 表示处于第 h 个基波周期内， M 则为其在此基波周期内的位置。

$$h = 0, 1, \dots, i-1; M = 1, 2, \dots, l.$$

第 m 个开关周期的占空比为

$$d(t_m) = [1 + M_0 F(t_m)]/2 = [1 + M_0 \sin(2\pi f_1 t_m + \varphi)]/2 \quad (10)$$

若取 $\varphi = 0$ ，采样时刻 t_m 近似为

$$t_m = \sum_{i=0}^{m-1} \tau_i \cong (m-1)E[\tau] + \tau_0 = (m-1)T_0$$

$$\begin{aligned} \text{则有 } d_m &= \frac{1}{2} \{1 + M_0 \sin[2\pi f_1 T_0 (m-1)]\} = \\ &= \frac{1}{2} \left\{1 + M_0 \sin\left[\frac{2\pi}{l}(m-1)\right]\right\} \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)可知， $d_m = d_{m+pl}$ ， p 为整数。且有

$$\begin{aligned} E_{\tau_m} [F_m(f)] &= \int_{T_1}^{\tau_2} p(\tau_m) F(d_m, \tau_m) d\tau_m = \\ &= \int_{T_1}^{\tau_2} p(\tau_{m+pl}) F(d_{m+pl}, \tau_{m+pl}) d\tau_{m+pl} = E_{\tau_{m+pl}} [F_{m+pl}(f)] \end{aligned} \quad (12)$$

经推导，式(7)所示功率谱密度可以转化为附录中的式(A1~A5)计算。由式(A1~A5)可以看出，输出电压功率谱密度是混沌信号概率密度的函数。

3 不同混沌序列对 PSD 的影响

3.1 logistic 映射混沌序列

依据附录中式(A1~A5)，可以对比分析不同混沌信号的概率分布对逆变器输出电压频谱分布的影响。本文采用 2 种混沌序列进行比较，分别为 logistic 映射迭代产生的混沌序列和根据 Chua's 电路方程所生成的混沌序列。

Logistic 映射是研究昆虫变化的最简单的数学模型，其表达式为^[14]

$$x_{k+1} = f(x_k, p) = px_k(1 - x_k) \quad (13)$$

$$(k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

当参数 p 取 4 时，系统处于混沌状态。在(0, 1)之间任意取初始值，其迭代值始终在(0, 1)之间，统计分布如图 3 所示。概率密度函数可以表示为^[14]：

$$p(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}} \quad (14)$$

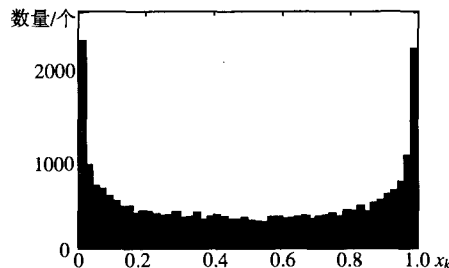


图 3 logistic 映射的统计分布直方图
Fig. 3 Histogram of the logistic map

3.2 Chua's 混沌序列

Chua's 电路是一个包含非线性电阻的混沌电路。经过无量纲处理，可以表示为如下非线性状态方程^[15]：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha(y - x - g(x)) \\ \frac{dy}{dt} = \beta(x - y + z) \\ \frac{dz}{dt} = -\beta y - \gamma z \end{cases} \quad (15)$$

$$g(x) = bx + 0.5(a - b)(|x + 1| - |x - 1|) \quad (16)$$

取 $\alpha = 10.0$, $\beta = 14.87$, $a = -1.27$, $b = -0.68$ 时系统处于混沌状态。系统 3 个状态变量 x 、 y 、 z 的概率分布分别如图 4 所示。

根据式(15)，对连续时间状态变量 x 、 y 、 z 分别进行采样，得到相应的 Chua's 混沌序列 $L_x(m)$ 、 $L_y(m)$ 和 $L_z(m)$ 。

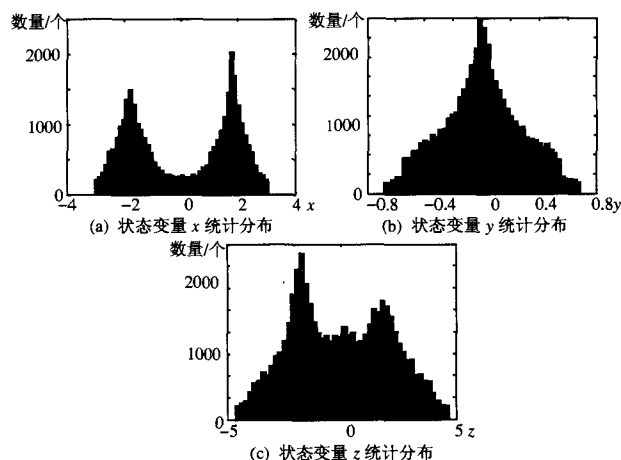


图 4 Chua's 电路各状态变量统计分布直方图。

Fig. 4 Histograms of the state variables for Chua's circuit

3.3 功率谱密度对比分析

分析 logistic 映射混沌序列 $L(m)$ 作用时，取载波周期 $\tau_m = (L(m) + 0.5)T_0$ 。易见 τ_m 在 $0.5T_0 \sim 1.5T_0$ 之间变化，则其概率密度为

$$p(\tau) = \frac{1}{\pi \sqrt{(\tau/T_0 - 0.5)(1.5 - \tau/T_0)}} \frac{1}{T_0} \quad (17)$$

代入附录中式(A1~A5)计算功率谱密度,其分布情况如图5所示。

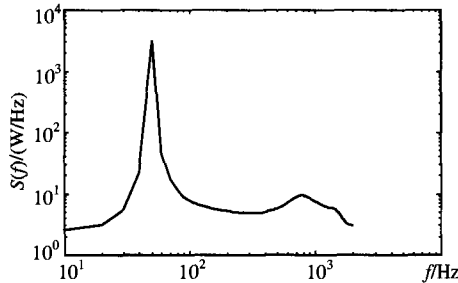


图5 应用 logistic 混沌映射逆变器输出电压的功率谱密度
Fig.5 The power spectral density of the output voltage of the inverter with logistic map

分析 Chua's 混沌序列 $L_{cy}(m)$ 作用时,令开关周期 $\tau_m = [L_{cy}(m) + 1]T_0$ 。混沌序列 $L_{cy}(m)$ 的概率分布如图4(b)所示。 τ_m 围绕 T_0 在 $0.3T_0 \sim 1.7T_0$ 之间变化。其概率密度为

$$p(\tau) = \begin{cases} (\frac{2}{T_2 - T_1})^2 (\tau - T_1); & T_1 \leq \tau \leq E[\tau] \\ -(\frac{2}{T_2 - T_1})^2 (\tau - T_2); & E[\tau] \leq \tau \leq T_2 \end{cases} \quad (18)$$

其中 $E[\tau] = T_0$, $T_1 = 0.3T_0$, $T_2 = 1.7T_0$ 。

代入附录中式(A1~A5)计算功率谱密度,其分布情况如图6所示。

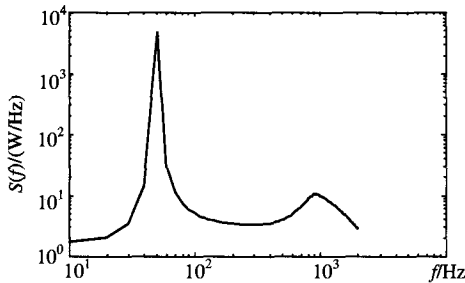


图6 应用 Chua's 混沌序列逆变器输出电压的功率谱密度
Fig.6 The power spectral density of the output voltage of the inverter with Chua's sequence

由图5和图6可见,在PWM逆变器中应用混沌信号能够很好的抑制开关频率处的谐波幅值,且概率分布不同的混沌信号对逆变器输出电压功率谱密度的影响相差不大。

4 实验结果

假定调制度 M_0 为 0.8,调制波频率 $f_1 = 50\text{Hz}$,载波频率的期望值为 $f_0 = 1/T_0 = 1000\text{Hz}$,分别由 logistic 混沌序列和 Chua's 混沌序列生成混沌 PWM 调制信号。采用双极性调制方式,将其作用于单相全桥逆变器,输出电压的频谱如图7、8所示。

由图7、8的仿真结果可以发现,采用混沌 PWM 调制能够有效地抑制逆变器输出的高次谐波幅值。对比两种混沌序列,在 logistic 混沌序列作用下,输出电压的谐波分布相对均匀。

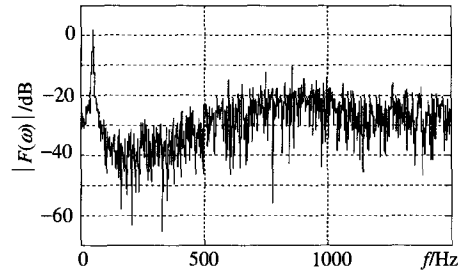


图7 logistic 混沌序列作用下的输出电压频谱图
Fig.7 Power spectrum of the output voltage when applying chaotic PWM technique based on logistic map

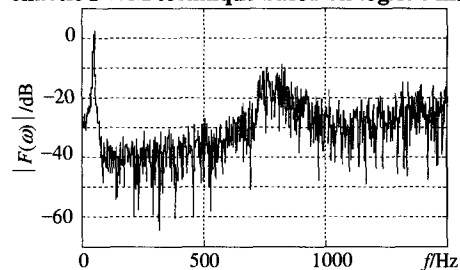
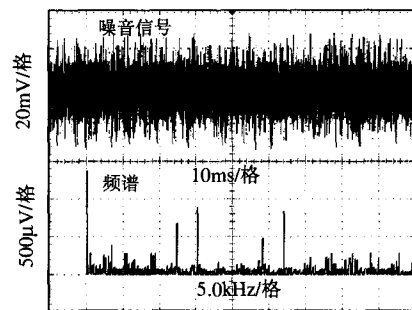
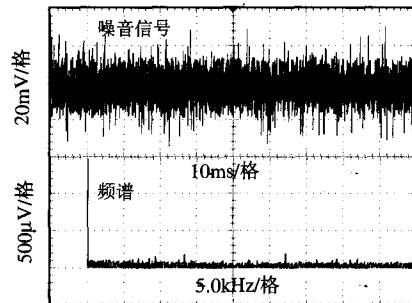


图8 Chua's 混沌序列作用下的输出电压频谱图
Fig.8 Power spectrum of the output voltage applying Chua's chaotic PWM inverter

本文采用 TMS320F240 实现了混沌 SPWM 调制信号和传统 SPWM 调制信号,用于逆变器驱动感应电机。电机发出的噪音及其频谱图如图9所示。结果表明,采用混沌 PWM 调制不仅能够有效地降



(a) 传统 SPWM 调制



(b) 基于 logistic 映射的混沌 SPWM 调制

图9 感应电机的噪音及其频谱图

Fig.9 The noise signal of the induction motor and its spectrum

低电机所发出的电磁噪音, 而且能够让声音听起来很好听, 类似于流水声。

5 结论

本文将 Logistic 和 Chua's 混沌序列应用于 PWM 逆变器的调制, 并根据混沌信号的内在随机性特点, 对输出电压的功率谱密度进行了分析, 得到了相应的表达形式。通过比较发现, 虽然两种混沌信号的概率分布不同, 但逆变器输出电压的功率谱密度相差不大。这说明功率密度不同的混沌信号对逆变器输出电压的频谱分布的影响基本相同, 因此在选择混沌信号时可以根据具体情况选择便于计算和生成的混沌系统。

参考文献

- [1] Trzynadolski A M, Blaabjerg F, Pedersen J K, et al. Random pulse width modulation techniques for converter-fed system_a review[J]. IEEE Trans. Ind. Applicat., 1994, 30: 1166-1175.
- [2] Agelidis V G, Vicenti D. Optimum Non-deterministic PWM for Tree-phase Inverter[C]. IEEE IECON Conf. Rec., USA, 1993: 1234-1239.
- [3] Hui S Y R, Sathiakumar S, Ki-Kwong Sung. Novel random PWM schemes with weighted switching decision[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1997, 12(6): 945-952.
- [4] Liaw C M, Lin Y M, Wu C H, et al. Analysis, design and implementation of a random frequency PWM inverter[J]. IEEE Trans. on Power Electronics, 2000, 15(5): 843-854.
- [5] Lee C K, Hui S Y R, Shu-Hung Chung H, et al. A randomized voltage vector switching scheme for three level power inverters[J]. IEEE Trans. on Power Electronics, 2002, 17(1): 94-99.
- [6] 谭新元. 牵引逆变器 SHEPWM 控制技术的研究[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(9): 47-52.
Tan Xinyuan. Advanced SHEPWM technique for AC traction drives [J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(9): 47-52(in Chinese).
- [7] 姜艳姝, 刘宇, 徐殿国, 等. PWM 变频器输出共模电压及其抑制技术的研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(9): 47-53.
Jiang Yanshu, Liu Yu, Xu Dianguo, et al. Research on common-mode voltage generated by a PWM inverter and its cancellation technology [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(9): 47-53(in Chinese).
- [8] 高金峰, 吴振军, 赵坤. 混沌调制技术降低 Buck 型变换器电磁技术水平研究[J]. 电工技术学报, 2003, 18(6): 23-27.
Gao Jinfeng, Wu Zhenjun, Zhao Kun. Research on suppressing electromagnetic interference level of buck dc/dc converter by using chaotic modulation technology[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2003, 18(6): 23-27(in Chinese).
- [9] 王斌, 李兴源, Drissi K E K. 双随机调制技术及其功率谱密度特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(4): 97-101.
Wang Bin, Li Xinyuan, Khamlichi Drissi K E. Analysis of power spectrum of a dual randomized modulation (DRM)[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(4): 97-101(in Chinese).
- [10] 李志忠, 丘水生, 陈艳峰. 混沌映射抑制 DC-DC 变换器 EMI 水平的实验研究[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(5): 76-81.
Li Zhizhong, Qiu shuisheng, Chen yanfeng. Experimental study on the suppressing emi level of DC-DC converter with chaotic map[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(5): 76-81(in Chinese).
- [11] 粟梅, 肖鹏, 孙尧. 随机脉冲位置 PWM 及其在矩阵变换器中的实现[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(6): 105-110.
Su mei, Xiao Peng, Sun Yao. Randomized pulse position pwm and its realization on matrix converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(6): 105-110(in Chinese).
- [12] Tse K K, Raymond Wai-Man Ng, Henry Shu-Hung Chung, et al. An evaluation of the spectral characteristics of switching converters with chaotic carrier-frequency modulation[J]. IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2003, 50(1): 171-182.
- [13] Kirlin R L, Bech M M, Trzynadolski A M. Analysis of power and power spectral density in pwm inverters with randomized switching frequency[J]. IEEE Trans. on Industry Electronics, 2002, 49(2): 486-499.
- [14] 陈式刚. 映像与混沌[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992.
- [15] Chua L O, Komuro M, Matsumoto T. The double scroll family [J]. IEEE Transactions on circuits and systems, 1986, 33(11): 1072-111.

附录 A:

$$S(f) = \frac{1}{IT_0} \sum_{M=1}^l E_{\tau_M} \left[|F(d_M, \tau_M)|^2 \right] + \frac{2}{IT_0} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{M=1}^l \left\{ \frac{E_{\tau_M} [F(d_M, \tau_M)]}{1 - \{E_{\tau} [e^{j\omega\tau}]\}^l} \right\} \right. \\ \left. \left\{ \sum_{K=1}^l \{E_{\tau_{M+K}} [F^*(d_{M+K}, \tau_{M+K})]\} \{E_{\tau} [e^{j\omega\tau}]\}^K \right\} \right\} \quad (A1)$$

其中:

$$E_{\tau_M} \left[|F(d_M, \tau_M)|^2 \right] = \int_{\tau_1}^{\tau_2} p(\tau) F(d_M, \tau) F^*(d_M, \tau) d\tau \quad (A2)$$

$$E_{\tau_M} [F(d_M, \tau_M)] = \int_{\tau_1}^{\tau_2} p(\tau) F(d_M, \tau) d\tau \quad (A3)$$

$$E_{\tau} [e^{j\omega\tau}] = \int_{\tau_1}^{\tau_2} p(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \quad (A4)$$

$$E_{\tau_{M+K}} [F^*(d_{M+K}, \tau_{M+K})] = \int_{\tau_1}^{\tau_2} p(\tau) F^*(d_{M+K}, \tau) d\tau \quad (A5)$$

收稿日期: 2006-05-12.

作者简介:

李冠林(1979—), 女, 博士研究生, 研究方向为混沌理论及其在电力变换中的应用, lglhit@126.com;

陈希有(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力电子变换技术, 电力系统分析等;

刘凤春(1962—), 女, 副教授, 研究方向为电机及其控制。

(编辑 王彦骏)