

基于 FFT 的弱信号快速捕获算法

贺中琴, 孙 武

(北京遥感设备研究所 北京 100039)

摘要: 讨论高动态、低信噪比的长伪码信号搜索的基本原理, 提出一种基于 FFT 的快速捕获算法: 在一个伪码周期内利用 FFT 和 IFFT 提高伪码相关运算速度, 并利用多个伪码周期的相关运算数据进行相干和非相干积累, 以改善检测统计量信噪比。在 Matlab 环境下验证了该算法可以在信噪比低至 35 dB/Hz 时实现快速捕获, 满足某伪码连续波体制雷达的测量要求。

关键词: 伪码捕获; FFT; 低信噪比; 相干积累; 非相干积累

中图分类号: TN914

文献标识码: A

文章编号: 1004-373X(2009)11-018-04

Fast Capture of Weak Signal Based on FFT

HE Zhongqin, SUN Wu

(Beijing Institute of Remote Sensing Equipment, Beijing, 100039, China)

Abstract: The theory of fast capture of high dynamic, low SNR and long PN code spread signals is discussed, and a method based on Fast Fourier Transforms (FFT) algorithm is proposed. Using FFT and Inverse FFT (IFFT) techniques to speed up operations, and taking use of both coherent integration and non-coherent integration for improving SNR of the test statistic. Simulation result indicates that the method works well with Signal to Noise Ratio (SNR) as low as 35 dB/Hz, satisfying the measure requirements of radar using PN code and continuous wave system.

Keywords PN code capture; FFT; low SNR; coherent integration; non-coherent integration

0 引言

本文的工作是某伪码连续波体制二次雷达研制工作的一部分, 该雷达采用伪码测距、双程相干多普勒测速。载波和伪码的捕获过程是该雷达进行精确测量的基础。为满足高动态、低信噪比的测量环境, 捕获过程必须满足: 时间短; 在弱信号即低信噪比时仍能可靠工作; 硬件设备简单。

本文的主要任务就是对该雷达信号的捕获过程进行详细的研究, 提出一种快速可靠的捕获算法, 保证其满足测量要求。

传统的捕获方法分串行搜索和并行搜索两大类。这两类方法都直接在时域计算伪码的相关值, 前者在频偏和码偏范围共同确定的二维区域逐一搜索, 一个伪码周期仅能获得一个相位的相关值, 非常耗时; 后者则采用多个相关器并行工作, 在一个伪码周期内即可完成一次相关运算, 但实现所需的硬件设备复杂, 仅适用于频偏和码偏范围小的情况。

本文提出一种基于 FFT 的捕获方法, 该方法利用圆周相关定理, 将接收伪码和本地伪码的时域相关计算

转换成频域的频谱相乘计算, 经过两次 FFT 和一次 IFFT 即可完成一次相关运算, 这样可借助 FFT 快速算法大大减少捕获时间; 并且由于 FFT 计算将信号能量集中到单个的 FFT 单元里, 因此适合在低信噪比下工作^[1]。为了进一步适应低信噪比的工作环境, 还提出了将多个伪码周期的相关运算数据先进行相干积累再进行非相干积累, 以改善检测统计量信噪比的有效措施, 保证了弱信号的可靠检测。

1 FFT 快捕算法的基本原理

在伪码连续波二次雷达系统中, 雷达发射的信号对同相和正交载波都采用 BPSK 直接序列扩频, 但只对正交伪码调制遥控指令数据 $d(t)$, 用于雷达向应答机发送遥控指令。而应答机则用同相伪码进行高动态伪码的捕获和跟踪, 无数据调制的同相伪码调制载波对于简化应答机高动态信号的捕获、跟踪及提高测量精度都是十分有用的。应答机成功捕获后, 进入相干转发状态, 其发射体制与雷达相同, 雷达对此相干转发信号进行捕获, 从而提取伪码相位值和载波多普勒, 进而转入精确跟踪模式, 以完成距离和速度的测量。因为雷达与应答机的捕获过程基本一致, 下面仅对应答机捕获过程进行

详细的研究。

应答机接收信号经过射频前端并数字化处理后的中频数字信号可表示为:

$$s_k = Ac[(1 + \eta)(t_k - t_s)] \cos[(\omega_F + \omega_D)t_k + \varphi_0] + Ac[(1 + \eta)(t_k - t_s)] d(t) \sin[(\omega_F + \omega_D)t_k + \varphi_0] + v_k \quad (1)$$

式中: s_k 是射频前端在采样时间点时的输出; 常数 A 为信号的幅值; $c[(t_k - t_s)(1 + \eta)]$ 是扩频用的伪码, 取值 ± 1 ; η 为伪码速率扰动因子, 与载波多普勒频移有关; $\eta = \omega_D/\omega_C$; ω_C 为接收机接收频率; t_s 是伪码序列的起始时刻, 对应于初始码相位; ω_F 为标称中频载波频率; ω_D 为载波多普勒; φ_0 为载波初始相位; v_k 为通道噪声, 下面分析中使用高斯白噪声; $d(t)$ 为雷达向应答机发送的遥控指令数据。在式(1)中, 接收信号的正交伪码只用于数据传输, 不参与伪码的截获运算, 因而应答机接收的数字中频信号模型可简化如下:

$$s_k = Ac[(1 + \eta)(t_k - t_s)] \cdot \cos[(\omega_F + \omega_D)t_k + \varphi_0] + v_k \quad (2)$$

信号捕获的目的就是在接收到 $s_0, s_1, s_2, \dots, s_k$ 的基础上, 估计 t_s 和 ω_D 的值。假设 $\tilde{t}_s, \tilde{\omega}_D$ (相应有 $\tilde{\eta} = \tilde{\omega}_D/\tilde{\omega}_C$) 是伪码相位和载波多普勒的估计值, 则捕获过程是在时域 $\tilde{t}_s = t_0, t_1, t_2, \dots, t_{N-1}$ 和频域 $\tilde{\omega}_D = \omega_{Dmin}, \omega_{Dmin} + \Delta\omega, \omega_{Dmin} + 2\Delta\omega, \dots, \omega_{Dmax}$ 进行二维搜索, 在二维平面上的每个小格内计算输入信号与本地伪码的相关值, 最大值所对应的二维坐标即为需要估计^[2]的 \tilde{t}_s 和 $\tilde{\omega}_D$ 。

对中频信号进行正交下变频和积分, 则同相支路和正交支路的相关值输出分别为:

$$I = \sum_{k=0}^{N-1} s_k c[(1 + \tilde{\eta})(t_k - \tilde{t}_s)] \cdot \cos[(\omega_F + \tilde{\omega}_D)t_k + \varphi] + v_k \quad (3)$$

$$Q = \sum_{k=0}^{N-1} s_k c[(1 + \tilde{\eta})(t_k - \tilde{t}_s)] \cdot \sin[(\omega_F + \tilde{\omega}_D)t_k + \varphi] + v_k$$

式(3)中 N 为积分的数据点个数。将 I, Q 两路相关结果取平方后再相加, 去除相关结果中的调制余项, 可得到反映码相位偏移大小和频偏大小的统计量, 以 $P(\tilde{t}, \tilde{\omega}_D) = I^2 + Q^2$ 作为信号捕获的检测统计量, 即可实现信号的捕获算法。

假设采样时间间隔为 T , 即 $T = t_k - t_{k-1}$, 则有 $t_k = t_0 + kT, t_s = t_0 + nT$, 将 I, Q 两路相关结果写成复数形式:

$$z(n, \tilde{\omega}_D) = z(t_0 + nT, \tilde{\omega}_D) = I + jQ = \sum_{k=0}^{N-1} s_k c_{k-n} \exp[-j(\omega_F + \tilde{\omega}_D)t_k] \quad (4)$$

式中: n 是伪码的起始时间; $c_{k-n} = c[(1 + \tilde{\eta})(k - n)T]$ 。

对于一个给定的 $\tilde{\omega}_D, z(n, \tilde{\omega}_D)$, 需要对 n 的所有取值 ($n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$) 都计算一次, 繁琐且费时。观察式(4), $z(n, \tilde{\omega}_D)$ 可以看作 $s_k \exp[-j(\omega_F + \tilde{\omega}_D)t_k]$ 和 $c[-(1 + \tilde{\eta})tk]$ 的卷积, 令:

$$S_k = \text{FFT}\{s_k \exp[-j(\omega_F + \tilde{\omega}_D)t_k]\}$$

$$C_k = \text{FFT}\{c[-(1 + \tilde{\eta})tk]\} \quad (5)$$

考虑到伪码为实序列, 故有 $\text{FFT}\{c[-(1 + \tilde{\eta}) \cdot tk]\} = \text{FFT}^*\{c[(1 + \tilde{\eta})tk]\} = C_k^*$ (这里 * 记作复数共轭), 由时域卷积与信号频谱之间的关系可知:

$$z(n, \tilde{\omega}_D) = \text{IFFT}(S_k C_k^*) \quad (6)$$

这样, 传统的时域相关计算可以通过两次 FFT 和一次 IFFT 来完成, 从而大大缩短计算时间。且在一次 IFFT 计算结束后就能得到 $z(n, \tilde{\omega}_D)$ 在 $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ 上的 N 个值, 即对应于给定 $\tilde{\omega}_D$ 的所有伪码相位的相关值。

$$\begin{bmatrix} z(0, \tilde{\omega}_D) \\ z(1, \tilde{\omega}_D) \\ \vdots \\ z(N-1, \tilde{\omega}_D) \end{bmatrix} = \text{IFFT} \left(\begin{bmatrix} S_0 C_0^* \\ S_1 C_1^* \\ \vdots \\ S_{N-1} C_{N-1}^* \end{bmatrix} \right) = \text{IFFT} \left(\begin{bmatrix} S_0 C_0 \\ S_1 C_{N-1} \\ \vdots \\ S_{N-1} C_1 \end{bmatrix} \right) \quad (7)$$

2 对弱信号的捕获

由上面的分析可知, $s_k \exp[-j(\omega_F + \tilde{\omega}_D)t_k]$ 实际上是 s_k 经过正交下变频后输出的复数信号, 因此 FFT 快速捕获算法的流程如图 1 所示。

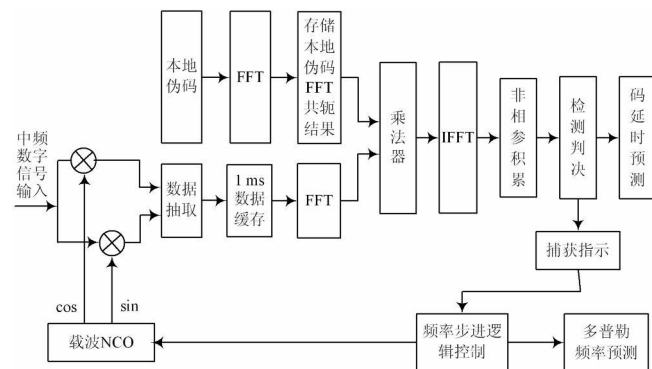


图 1 FFT 快捕算法方框图

伪码连续波二次雷达系统中, 中频输入标称频率为 16.384 MHz, 采样频率为 65.536 MHz, 伪码为速率 8.184 MHz, 长度 8184 的 Gold 序列。FFT 单元对 1 ms (1 个伪码周期) 输入数据进行计算, 即 65536 点 FFT, 折衷考虑计算量和捕获精度, 可对采样数据进行 4 倍抽取, 做 16384 点 FFT, 计算时间可大大减少, 同

时仍可保证 1/2 码片的捕获精度。

FFT 捕获算法大大加快了相关运算的速度。为了减少计算量,在具体实现时将本地伪码的 FFT 计算结果预先存储在 FPGA 的 RAM 里,因此 C_k^* ($k = 0, 1, 2, \dots, N-1$) 不用另外计算。对于一个频点,计算 S_k ($k = 0, 1, 2, \dots, N-1$) 需要 $(N/2)\log_2 N$ 次复数乘法,计算 $S_k C_k^*$ 需要 N 次复数乘法,通过 IFFT 计算 $z(n, \tilde{\omega}_D)$ 需要 $(N/2)\log_2 N$ 次复数乘法。因此采用 FFT 捕获算法计算一个频率点上的所有码相位的相关值,需要进行 $N + N\log_2 N$ 次复数乘法。而直接采用时域相关累加计算需要 N^2 次复数乘法。FFT 快捕算法比传统串行搜索算法快 $N/(1 + \log_2 N)$ 倍。1 ms 采样数据经过 4 倍抽取后,数据点数 $N = 16\ 384$,经计算可得 FFT 频域相乘计算比传统时域相关计算减少计算量约 1 092 倍。

如果信号的信噪比很低(雷达作用于远距离目标时通常如此),则必须对 FFT 快捕算法作相应改进,在进行检测判决之前采取有效措施改善信噪比。常用的改善信噪比的方法有相干积累和非相干积累两种。所谓相干积累,就是将相邻伪码周期的相关结果直接相加,利用积分时间内信号的相关性,将信号的能量累加起来;而噪声在积分时间内没有相干性,累加过程相当于对噪声取平均,这样可以显著提高信噪比。在非相干积累中,则是将相关结果取模求平方后再累加,与相干积累相比,去除了相位信息,仅保留了幅度信息,所以噪声功率也相应增长,要得到较满意的信噪比,必须增加累加次数^[4]。

为了完成弱信号的可靠检测,同时采用相干积累和非相干积累,具体做法如下,假设第 l 个周期的伪码相关值为:

$$z^l(n, \tilde{\omega}_D) = I_l + jQ_l = \sum_{k=Nl}^{N(l+1)-1} s_k c_{k-n} \exp[-j(\omega_F + \tilde{\omega}_D)tk] \quad (8)$$

先做 L 个周期的相干积累:

$$z_{\text{sum}}(n, \tilde{\omega}_D) = I_{\text{sum}} + jQ_{\text{sum}} = \sum_{l=0}^{L-1} z^l(n, \tilde{\omega}_D) \quad (9)$$

必须注意到,当本地恢复载波与接收信号载波频率差值为 Δf 时,输出相关值乘有衰减因子 $\text{sinc}(\Delta f T_1) = \sin(\pi \Delta f T_1) / (\pi \Delta f T_1)$ ($T_1 = L \times T$ 为积分时间, $T = 1\text{ ms}$ 为伪码周期)。为了保证能够检测到相关峰,增大积累次数 L ,即在增加积分时间 T_1 的同时要将实际频差 Δf 控制在更小的范围内。在下一节中将详细说明参数选择策略。

在相干积累的基础上,把每段相关结果取模的平方再进行第二次累加,即非相干积累,进一步提高信噪比。

$$P_{\text{sum}}(n, \tilde{\omega}_D) = \sum_{m=0}^{M-1} \left| \sum_{l=0}^{L-1} z^l(n, \tilde{\omega}_D) \right|^2 = \sum_{m=0}^{M-1} \left\{ \left[\sum_{l=0}^{L-1} I_l(n, \tilde{\omega}_D) \right]^2 + \left[\sum_{l=0}^{L-1} Q_l(n, \tilde{\omega}_D) \right]^2 \right\} \quad (10)$$

这样,在一个频点上需要对信号计算 $L \times M$ 次 FFT,才能得到一个相关值序列,包含了所有的伪码相位。

3 捕获参数设计及仿真

合理选择相干累加和非相干累加次数,使之满足信噪比改善的要求,又不会显著增加捕获时间是很重要的。理论上来说,积累次数越多,信噪比改善越明显。非相干积累不考虑相位信息,因此在时间允许的情况下,积累时间可以做得很长而不受限制。而相干累加次数则受到很多限制,主要来自以下两个方面^[4]:

(1) 码多普勒的影响。尽管通常认为码多普勒很小,某些情况下甚至可以忽略不计,但在高动态情况下,它却限制了相干积累的时间。假设码多普勒最大为 10 Hz,则 1 s 内接收伪码与本地伪码最多可相差 10 个码片,而捕获环节最大允许的码片错位为 0.5 个码片,所以相干积累时间必须小于 $0.5/10 = 50\text{ ms}$ 。

(2) 计算量的考虑。上一节已经提到衰减因子 $\text{sinc}(\Delta f T_1)$,在选定了积累次数 L 即积分时间 T_1 时,随着 Δf 的增大,相关值的衰减将更加严重,如图 2 所示。显然,累加次数越多,衰减因子陡降越快,在 $\Delta f = 1/T_1 = 1/(L * T) = 1000/L$ 处,衰减因子过零点。

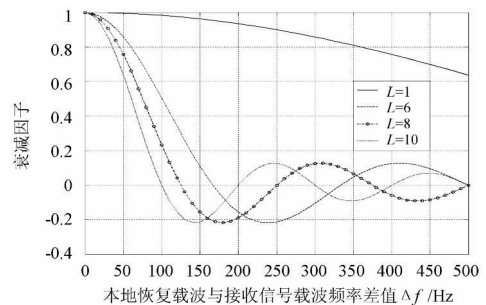


图 2 载波频差导致的衰减因子

图 3 给出了信噪比随载频估计差值 Δf 的衰减情况,其表达式如下:

$$\text{SNR}_{\text{bss}} = 10 \log [\text{sinc}(\Delta f T_1)]^2 = 20 \log [\text{sinc}(\Delta f T_1)] \quad (11)$$

从图 3 可以看出,不做相干累加(即 $L=1$)时,频率搜索步长取 500 Hz 即可,此时最坏情况下 $\Delta f = 250\text{ Hz}$,信噪比损失 0.91 dB。随着相干累加次数增加,必须选取更细的频率分格,否则信噪比改善将大打折扣。然而更细的频率分格就意味更长的搜索时间,因此多普勒频率搜索步进单元的选取需要折衷考虑。

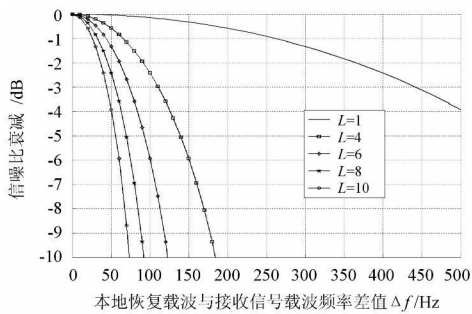


图3 载波频差导致的信噪比衰减

综合考虑以上因素,取 $L=8$, 频率搜索步长取 100 Hz, 最坏情况下载频估计差值 Δf 为 50 Hz, 此时的信噪比最大损失为 2.42 dB。考虑二进制计算方便, 非相干积累次数也选择 8 次。这样, 经过 64 ms 即可完成一个频点的计算。以伪码连续波交会对接二次雷达为例, 多普勒频移范围为 ± 20 kHz, 则完成整个频域搜索需计算 401 个频点的相关值, 耗时 25.6 s。

伪码连续波二次雷达系统中输入信号最低载噪比为 38 dB/Hz, 仿真时设定载噪比为 35 dB/Hz, 频率搜索范围为 ± 2.5 kHz, 多普勒频率为 1 kHz, 码延时为 0.5 ms, 图 4~ 图 7 给出了 Matlab 仿真的结果。

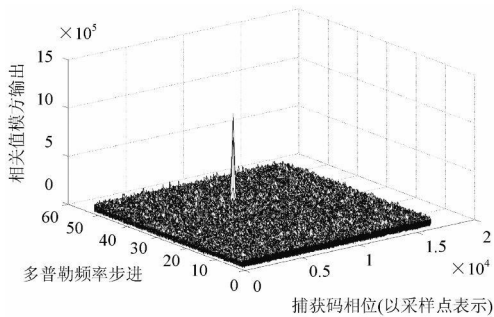


图4 8次相干和8次非相干积累后的捕获输出

从捕获结果看, 相关峰值点二维坐标为 (8 192, 36), 捕获的伪码相位(即伪码延时)为 $(8\ 192/16\ 384) \times 1 = 0.5$ ms, 多普勒频移为 $-2\ 500 + (36 - 1) \times 100 = 1\ 000$ Hz, 均与设定值相符。

从仿真结果中可以看出, 通过 8 次相干积累与 8 次非相干积累后, 信号完全从噪声中凸现出来, 如图 4 所示。在正确剥离载波后, 伪码良好的自相关特性得到完美体现, 如图 5 所示。

事实上, 经过 8 次相干和 8 次非相干积累后, 相对于噪声功率较缓的增长, 信号的功率显著改善, 检测信噪比可达到 12.70 dB, 如图 6 所示。而 64 次非相干积累后检测信噪比只有 5.08 dB, 如图 7 所示。

在检测判决环节, 将择大判决与过门限检测相结合, 即先比较得出相关峰值, 再看该点的信噪比是否超过相应门限, 若二者同时满足, 则可判断在该点完成捕

获。由图 6 可知, 信噪比检测门限可设定为 8。相对于单次检测和唐检测, 择大判决在检测概率上更胜一筹^[5], 可有效降低虚警概率, 也可避免信噪比很低时唐检测器的多次逗留。

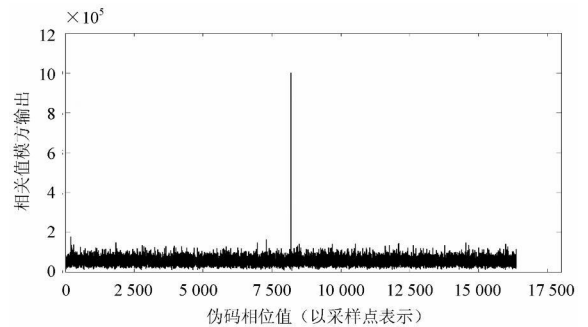


图5 正确剥离载波后的伪码自相关输出

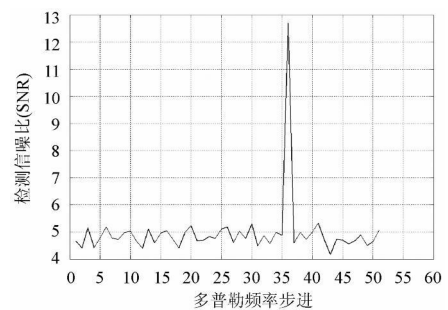


图6 不同频点上的检测信噪比

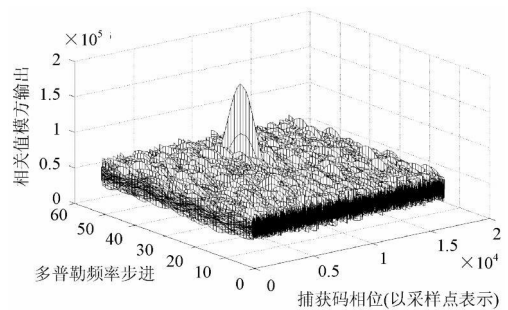


图7 64次非相干积累后的捕获输出

4 结 语

在高动态、低信噪比环境下, 传统的伪码串行搜索捕获速度慢, 而并行搜索硬件实现复杂, 这些都对伪码的捕获产生了不利影响。本文提出一种基于 FFT 的伪码快速捕获算法, 用 FFT 代替传统的时域相关计算, 将对码延时与多普勒的二维搜索转变为对多普勒的一维搜索, 大大提高了捕获速度; 并结合相干积累与非相干积累使检测信噪比得到显著改善。理论分析和 Matlab 仿真表明该算法适用于高动态、低信噪比的伪码快速捕获, 且与传统算法相比占用硬件资源少, 能够满足某伪码连续波二次雷达的测量要求。

(下转第 24 页)

盖的直射信号脉冲宽度也低于 $0.3 \mu\text{s}$, 二次雷达应答概率也会降低。

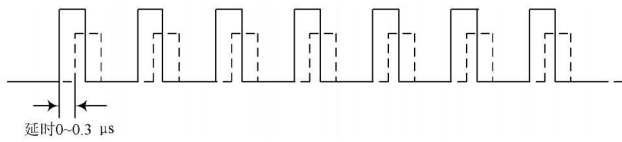


图7 反射延时为 $0 \sim 0.3 \mu\text{s}$ 示意图

当应答信号延迟在 $0 \sim 0.3 \mu\text{s}$ 之间, 由式(4)可知, 高空飞机与目标机距离在 500 km 以上, 距离太远, 因而不考虑。

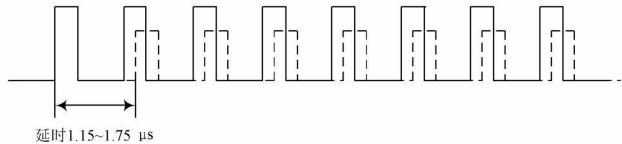


图8 反射延时为 $1.15 \sim 1.75 \mu\text{s}$ 示意图

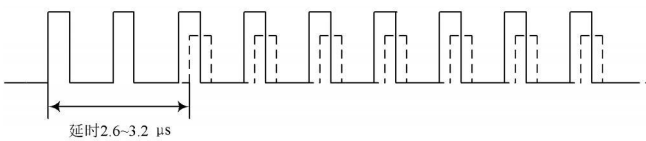


图9 反射延时为 $2.6 \sim 3.2 \mu\text{s}$ 示意图

同理, 由式(4)可计算得知, 应答信号延迟在 $1.15 \sim 1.75 \mu\text{s}$ 之间对应的高空飞机与目标机对应的距离为 $91 \sim 139 \text{ km}$; 应答信号延迟在 $2.6 \sim 3.2 \mu\text{s}$ 之间对应的高空飞机与目标机对应的距离为 $50 \sim 62 \text{ km}$ 。

再由式(5)可计算得知, 距离 $50 \sim 139 \text{ km}$ 对应的入射角为 $4.5^\circ \sim 12.6^\circ$, 查图4可知反射系数为 $0.55 \sim 0.70$, 衰减分贝数为 $-1.54 \sim -2.60 \text{ dB}$, 反射信号强度较大。

因而, 高空飞机与目标机距离在 $50 \sim 62 \text{ km}$ 和 $91 \sim 139 \text{ km}$ 区间内二次雷达的应答概率会降低。

作者简介 徐海, 1979年出生, 北京人, 硕士研究生。主要从事大型电子信息系统总体设计。

(上接第21页)

参 考 文 献

- [1] Van Nee D J R, Coenen A J R M. New Fast GPS Code Acquisition Technique Using FFT [J]. Electronics Letters, 1991, 27: 158-160.
- [2] Mark L Psiaki. Block Acquisition of Weak GPS Signals in a Software Receiver [A]. ION GPS [C]. Salt Lake City, 2001: 2 838-2 870.

作者简介 贺中琴, 1983年出生, 湖北南漳人, 硕士研究生。主要研究方向为雷达信号处理。

孙武, 男, 研究员。主要研究方向为雷达信号处理、扩频通信技术等。

4 结 语

从询问信号地面反射和应答信号地面反射两个方面对应答概率的综合影响考虑, 并在高空飞机飞行高度 $8 000 \text{ m}$ 、目标机飞行高度 $3 000 \text{ m}$ 和地面为很干土地三个假设前提下, 得出二次雷达近距离下降的大致范围为 $50 \sim 139 \text{ km}$ 之间。

综上所述, 本文从询问信号和应答信号两个方面因地面反射导致的多径效应造成二次雷达近距离应答概率下降的原因进行了分析, 并且针对一定的假设条件, 算出了下降距离的大致范围, 对工程应用有一定参考价值。

参 考 文 献

- [1] 钟琼, 吴援明, 黄成芳. 二次雷达系统干扰等问题的解决方法[J]. 电视技术, 2005(2): 138-142.
- [2] 张虹. 单脉冲二次雷达的研制和改进[J]. 现代雷达, 2001(6): 24-27.
- [3] 黎延璋. 空中交通管制机载应答机[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992.
- [4] Stevens, Michael C. Secondary Surveillance Radar[M]. Artech House Inc., 1998.
- [5] Skolnik M I. Introduction to Radar Systems[M]. McGraw-Hill Book Co., 1980.
- [6] 张宝山, 王彤, 许宗泽. 基于某性机的二次雷达信息处理技术的研究[J]. 电光与控制, 2004, 11(4): 24-26.
- [7] 殷连生. 航管二次雷达发射天线方向图综合[J]. 电子与信息学报, 2002, 24(2): 238-242.
- [8] Merrill I, Skolnik. 雷达手册[J]. 王军, 译. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [9] 中国民用航空总局. 中华人民共和国民用航空行业标准: 空中交通管制二次雷达设备技术规范 MH4010-2006[S]. 2006.
- [10] 山秀明. 航管二次雷达[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.

- [3] 刘晓莉, 李云荣. 一种基于 FFT 的高动态 GPS 信号快速捕获方法[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(10): 2 151-2 155.
- [4] 唐卫涛, 唐斌, 刘舒蔚, 等. 一种新的微弱 GPS 信号捕获算法研究[J]. 遥控遥测, 2007, 28(3): 25-30.
- [5] 赵勇, 孙厚军. DS/SS 码捕获中门限设置准则的选择[J]. 无线电通信技术, 2003, 29(5): 61-64.
- [6] 包敬民, 李向仓. 微弱信号的检测技术[J]. 现代电子技术, 2006, 29(21): 65-66.