

自由转子陀螺仪的伺服测试技术研究

吴秋平, 韩丰田

(清华大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 自由转子陀螺仪是目前精度最高的一种陀螺仪, 没有精密的力矩器, 因此, 只能采用双轴伺服法来辨识其漂移误差模型。介绍了双轴伺服测试法的基本原理, 给出了双轴伺服转台的运动轨迹及重力矢量的变化规律。根据转台的运动特性, 建立了自由转子陀螺仪的漂移误差模型, 导出双轴伺服转台转角数据估计漂移误差模型系数的算法。从测试结果可以看出自由转子陀螺仪的长时间精度高, 表明采用伺服测试法能够获得极高的测试精度, 伺服转台可以作为测试自由转子陀螺仪精度的装置。

关键词: 自由转子陀螺仪; 漂移误差模型; 伺服转台; 最小二乘估计

中图分类号: V241.5⁺ 53 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2007)03-0584-05

0 引言

通常陀螺仪测试一般采用力反馈法^[1-3], 实现比较容易。但自由转子陀螺仪由于精度高, 且没有精密的力矩器, 因此不能应用常规的力反馈法, 其测试应根据实际使用情况来确定。在实际使用中, 自由转子陀螺仪用于建立空间稳定平台, 采用两只自由转子陀螺仪实现三轴稳定, 其工作状态处于自由工作状态。因此, 自由转子陀螺仪的测试应以自由工作状态为主。考虑到伺服法测试具有较高的精度和可靠性, 陀螺仪处于自由工作状态, 因此实际测试中将自由转子陀螺仪放在双轴伺服转台上进行精度测试。自由转子陀螺仪伺服测试的目的是测量被测陀螺仪的长期性能, 并得出其漂移误差模型。一方面, 对陀螺仪性能做出客观评价, 并在系统中应用时作为误差补偿的依据; 另一方面, 分析产生漂移误差的物理因素, 以改进设计与制造。

文献[4]致力于测试转台的伺服设计, 对陀螺仪的漂移测试没有涉及, 文献[5]给出了高精度陀螺仪漂移的状态空间模型, 采用卡尔曼滤波方法分析了高精度陀螺仪的随机漂移。文献[6]给出了质量偏心的自由转子陀螺仪的漂移运动规律, 但没有给出具体的测试方法。文献[7]分析了陀螺仪的误差漂移模型, 仅给出了仿真结果。本文首先介绍双轴伺服测试法

的基本原理, 然后分析双轴伺服转台运动轨迹以及转台运动方程, 并根据双轴伺服转台转角数据估计出漂移误差模型系数, 最后给出实际的测试结果。

1 双轴伺服法测试原理

在双轴伺服法测试中, 安装于伺服转台上的被测自由转子陀螺仪处于自由工作状态, 当转子相对壳体出现转角误差时, 陀螺仪上的光电传感器便输出与转角误差成比例的误差信号。该信号经过 x 、 y 分解和伺服放大器后, 分别控制伺服转台的内外环轴 X 和 Y 上的伺服电动机, 使得伺服台的台体跟踪陀螺动量矩矢量 \vec{H} 相对地球一起转动, 并始终保持光电传感器的输出信号为零。这样, 伺服转台的运动角度就是陀螺仪相对惯性空间的漂移角与地球表观运动的合成。其中, 地球表观运动速度可以由地球自转角速度和测试台所在地理经纬度精确地计算得出。因此, 从理论上来说, 只要伺服转台内外环轴伺服跟踪和转角测量准确, 就能够对被测陀螺仪的漂移误差做出正确的评价。

双轴伺服试验主要有两种方法: 惯性基准漂移测试和地球基准漂移测试。地球基准试验法应用的双轴伺服转台, 必须在外环轴上附加导电滑环以便于超过一周的连续旋转。而且, 还需要外环轴平行地轴放置, 或者在与陀螺动量矩矢量不正交角变化

范围高达 $\pm 40^\circ \sim 50^\circ$ (在华北地区) 的情况下实现双轴伺服控制。因此, 转台结构与控制都比较复杂。在本文中, 自由转子陀螺仪的双轴伺服试验主要采用惯性基准漂移测试法, 转台的外环轴向东, 陀螺仪的动量矩矢量平行于地轴, 内环轴与它们组成直角右手坐标系。按这种方式进行测试, 陀螺仪不敏感地球自转角速度, 不需要转台作大翻滚运动, 转台的结构和控制都比较简单。

2 双轴伺服转台运动轨迹

设 $OXYZ$ 为双轴伺服转台初始坐标系, OX 轴沿转台的内环轴, OY 沿转台的外环轴; $Oxyz$ 为陀螺坐标系, Oz 轴沿动量矩方向, Ox, Oy 分别为陀螺的两个敏感和输出轴, 如图 1 所示。当转台伺服跟踪足够精确的条件下, $Oxyz$ 代表伺服转台的台体瞬时坐标系。于是, 两坐标系之间的欧拉角 θ_x, θ_y 就是转台内外环轴的转角, 两坐标系之间存在下列坐标转换关系:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y \\ \sin \theta_x \sin \theta_y & \cos \theta_x & \sin \theta_x \cos \theta_y \\ \cos \theta_x \sin \theta_y & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1)$$

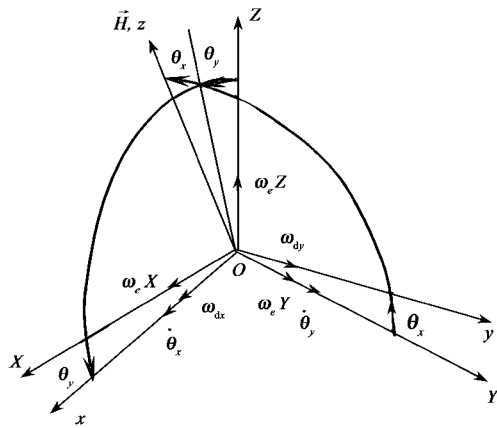


图 1 伺服转台在地球坐标系中的运动
Fig.1 Motion of servo turntable in earth-fixed frame

令 $\vec{\omega}_e$ 是地球自转角速度矢量, 在 $OXYZ$ 坐标系中的分量为 $\omega_{eX}, \omega_{eY}, \omega_{eZ}$ 。假设陀螺沿陀螺坐标系的漂移速度为 $\vec{\omega}_d = [\omega_{dx} \ \omega_{dy}]^T$ 。利用绝对运动角速度 $\vec{\omega}_d$ 等于牵连运动角速度 $\vec{\omega}_e$ 与相对运动角速

度 $[\theta_x \ \theta_y]^T$ 之和的原理, 双轴伺服转台的运动微分方程可表示为

$$\begin{bmatrix} \omega_{dx} \\ \omega_{dy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y \\ \sin \theta_x \sin \theta_y & \cos \theta_x & \sin \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{eX} \\ \omega_{eY} \\ \omega_{eZ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{即} \quad \dot{\theta}_x &= -\omega_{eX} \cos \theta_y + \omega_{eZ} \sin \theta_y + \omega_{dx} \\ \dot{\theta}_y &= -\omega_{eX} \tan \theta_x \sin \theta_y - \omega_{eY} - \omega_{eZ} \tan \theta_x \cos \theta_y + \\ &\quad \sec \theta_x \cdot \omega_{dy} \end{aligned} \quad (3)$$

在惯性基准中, $[\omega_{eX} \ \omega_{eY} \ \omega_{eZ}] = [0 \ 0 \ \omega_e]$, 则伺服转台的运动微分方程可简化为

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_x &= \omega_e \sin \theta_y + \omega_{dx} \\ \dot{\theta}_y &= -\omega_e \tan \theta_x \cos \theta_y + \sec \theta_x \cdot \omega_{dy} \end{aligned} \quad (4)$$

式中, 陀螺仪漂移模型满足下列一般表达式:

$$\begin{pmatrix} \omega_{dx} \\ \omega_{dy} \end{pmatrix} = f(\vec{g}) = f(g_x, g_y, g_z) \quad (5)$$

在惯性基准测试过程中, 陀螺动量矩矢量 \vec{H} 将围绕地轴作小顶角的锥面运动, 重力加速度 \vec{G} 在陀螺坐标系 xyz 三轴方向的投影分量为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y \\ \sin \theta_x \sin \theta_y & \cos \theta_x & \sin \theta_x \cos \theta_y \\ \sin \theta_x \sin \theta_y & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \cos \lambda \\ 0 \\ g \sin \lambda \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} g \cos(\lambda + \theta_y) + g \sin \lambda \sin \theta_y \\ g \sin(\lambda + \theta_y) \sin \theta_x \\ g \sin(\lambda + \theta_y) \cos \theta_x \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

其中, λ 为当地纬度。当 θ_x, θ_y 为小角度时, 上式可近似为

$$\begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -g \cos \lambda + g \sin \lambda \cdot \theta_y \\ -g \sin \lambda \cdot \theta_x \\ -g \sin \lambda - g \cos \lambda \cdot \theta_y \end{bmatrix} \quad (7)$$

从而, 我们可得

$$\begin{pmatrix} \omega_{dx} \\ \omega_{dy} \end{pmatrix} = \mathbf{h}(\sin \theta_x, \cos \theta_x, \sin \theta_y, \cos \theta_y) \quad (8)$$

利用 (θ_x, θ_y) 为小角度, 将上式展开成傅立叶级数并略去二阶以上小量后, 可得

$$\begin{aligned} \omega_{dx} &= a_0 + a_1 \theta_x + a_2 \theta_y + \epsilon_x \\ \omega_{dy} &= b_0 + b_1 \theta_x + b_2 \theta_y + \epsilon_y \end{aligned} \quad (9)$$

式中, a_0, b_0 —— 常值漂移分量;

a_1, b_2 —— 非守恒力矩(阻尼力矩)漂移分量;

a_2, b_1 —— 守恒力矩(静电力和质量不平衡产生的摆性力矩)漂移分量;

ϵ_x, ϵ_y —— 未建模误差, 为随机漂移分量。

将上式代入伺服转台的简化运动微分方程, 可得

$$\dot{\theta}_x = a_0 + a_1 \theta_x + (a_2 + \omega_e) \theta_y + \epsilon_x \quad (10)$$

$$\dot{\theta}_y = b_0 + (b_1 - \omega_e) \theta_x + b_2 \theta_y + \epsilon_y \quad (11)$$

消去上式常值项 a_0, b_0 后, 式(10)两边微分后与式(10) $\times b_2$ 相减, 可得

$$\begin{aligned} & \ddot{\theta}_x - (b_2 + a_1) \dot{\theta}_x + \\ & [(\omega_e + a_2)(\omega_e - b_1) + b_2 a_1] \theta_x \\ & = \epsilon_x - b_2 \epsilon_x - (\omega_e + a_2) \epsilon_y \end{aligned} \quad (12)$$

式(11)两边微分后与式(11) $\times a_1$ 相减, 可得

$$\begin{aligned} & \ddot{\theta}_y - (b_2 + a_1) \dot{\theta}_y + \\ & [(\omega_e + a_2)(\omega_e - b_1) + b_2 a_1] \theta_y \\ & = \epsilon_y - a_1 \epsilon_y - (\omega_e - b_1) \epsilon_x \end{aligned} \quad (13)$$

引入符号:

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{(\omega_e + a_2)(\omega_e - b_1) + b_2 a_1}, \\ \zeta &= \frac{b_2 + a_1}{2\omega} = \frac{b_2 + a_1}{2\sqrt{(\omega_e + a_2)(\omega_e - b_1) + b_2 a_1}} \end{aligned}$$

从而有

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_x - 2\zeta\omega\dot{\theta}_x + \omega^2\theta_x &= \epsilon_x - b_2\epsilon_x - (\omega_e + a_2)\epsilon_y \\ \ddot{\theta}_y - 2\zeta\omega\dot{\theta}_y + \omega^2\theta_y &= \epsilon_y - a_1\epsilon_y - (\omega_e - b_1)\epsilon_x \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & \Delta t & \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega\Delta t) & \cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega\Delta t) & \Delta t\sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega\Delta t) & \Delta t\cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & N\Delta t & \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega N\Delta t) & \cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega N\Delta t) & N\Delta t\sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega N\Delta t) & N\Delta t\cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega N\Delta t) \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 & \beta_0 \\ \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 \cos \varphi_1 & \beta_2 \cos \varphi_2 \\ \alpha_2 \sin \varphi_1 & \beta_2 \sin \varphi_2 \\ \alpha_2 \zeta \omega \cos \varphi_1 & \beta_2 \zeta \omega \cos \varphi_2 \\ \alpha_2 \zeta \omega \sin \varphi_1 & \beta_2 \zeta \omega \sin \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_x(0) & \theta_y(0) \\ \theta_x(1) & \theta_y(1) \\ \vdots & \vdots \\ \theta_x(N) & \theta_y(N) \end{bmatrix} \quad (18)$$

由最小二乘估计可得: $\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \frac{\alpha_2 \cos \varphi_1}{\alpha_2 \sin \varphi_1}, \frac{\alpha_2 \zeta \omega \cos \varphi_1}{\alpha_2 \zeta \omega \sin \varphi_1}, \hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \frac{\beta_2 \cos \varphi_2}{\beta_2 \sin \varphi_2}$,

该组方程的齐次解可以表示为

$$\begin{aligned} \theta_x(t) &= \alpha e^{\zeta\omega t} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega t + \varphi_1) \\ \theta_y(t) &= \beta e^{\zeta\omega t} \cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega t + \varphi_2) \end{aligned} \quad (15)$$

其中, α, β, φ_1 和 φ_2 为待定系数。

略去剩余磁场和剩余气体非守恒力矩, 只考虑静电场和质量不平衡产生的守恒力矩作用, 阻尼比 ζ 近似为零。也就是说, 系数 a_1, b_2 可以忽略不计。于是, 相轨迹可以近似为一个圆。进一步, 无壳体翻滚的静电陀螺漂移力矩不可避免地存在着不对称性, 从而引起漂移的趋势项。因此考虑趋势项后的平台内、外环轴转角表示式修改为

$$\begin{aligned} \theta_x(t) &= \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 e^{\zeta\omega t} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega t + \varphi_1) \\ \theta_y(t) &= \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 e^{\zeta\omega t} \cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega t + \varphi_2) \end{aligned} \quad (16)$$

其中 α_1, β_1 为趋势项系数。一般情况下, $\zeta \ll 1$, 因此 $e^{\zeta\omega t} \approx 1 + \zeta\omega t$, 从而有

$$\begin{aligned} \theta_x(t) &= \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2(1 + \zeta\omega t) \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega t + \varphi_1) \\ \theta_y(t) &= \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2(1 + \zeta\omega t) \cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega t + \varphi_2) \end{aligned} \quad (17)$$

3 模型系数辨识

令 $t = n\Delta t$, Δt 为采样周期, 共记录 $N+1$ 点有效数据。为了简单起见, 假设首先利用快速傅里叶变换方法, 已经求得圆频率 $\sqrt{1-\zeta^2}\omega$ 。那么, 根据内外环转角公式可得最小二乘估计公式如下:

$\frac{\beta_2 \sin \varphi_2}{\beta_2 \zeta \omega \cos \varphi_2}$ 和 $\frac{\beta_2 \zeta \omega \sin \varphi_2}{\beta_2 \zeta \omega \sin \varphi_2}$, 并可进一步计算出: $\hat{\alpha}_2, \hat{\beta}_2, \hat{\omega}, \hat{\zeta}, \hat{\varphi}_1$ 和 $\hat{\varphi}_2$ 。

4 测试结果

采用惯性基准漂移测试法进行测试,将自由转子陀螺仪装在伺服测试转台上,转台的外环轴向东,陀螺仪的动量矩矢量平行地轴,内环轴与它们组成直角右手坐标系。测试时间为三天,考虑到自由转子陀螺仪启动后有一个长期的温度稳定过程,因此,我们将第一天的数据舍去,将第二天以后的数据作为有用信息,图 2 所示为内外环轴第二、三天转角原始数据曲线。

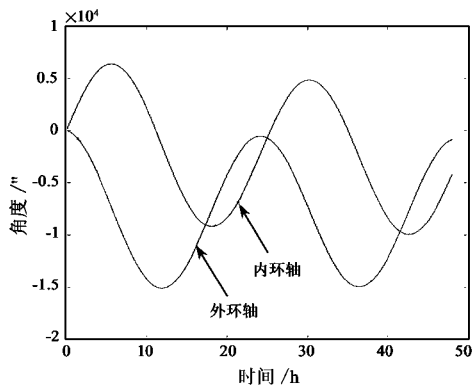


图 2 内外环轴转角原始数据曲线

Fig.2 Primal curves of the angles of the inner and outer axes

根据第二天的数据建立最小二乘法数学模型,估计出误差模型系数。然后,将各项系数最小二乘估计值代入双轴伺服转台内、外环轴运动方程,可计算出伺服转台内外环轴转角标称曲线,将第三天实测的伺服转台内外环轴转角数据序列减去对应的标称曲线数据序列,所得残差序列即为被测陀螺仪的随机漂移速度的积分序列。进一步,计算出该数据序列的均值和标准差。在均值可忽略的条件下,标准差可用来度量被测自由转子陀螺仪的随机漂移角的估计值。

估计出的最小二乘模型系数:

$$\hat{\alpha}_0 = -0.4109^\circ, \hat{\alpha}_1 = -0.0082^\circ \text{ h}, \hat{\alpha}_2 = 1.9897^\circ, \\ \hat{\beta}_0 = -1.9288^\circ, \hat{\beta}_1 = -0.0066^\circ \text{ h}, \hat{\beta}_2 = 1.8576^\circ$$

图 3 所示为第三天内外环轴转角残差曲线,表 1 所示为第三天内外环轴转角残差的均值和标准差。从内外环轴转角残差的标准差可以看出,自由转子陀螺仪的长时间精度高,双轴伺服测试法可以达到极高的测试精度,完全满足高精度自由转子陀螺仪的测试需求。

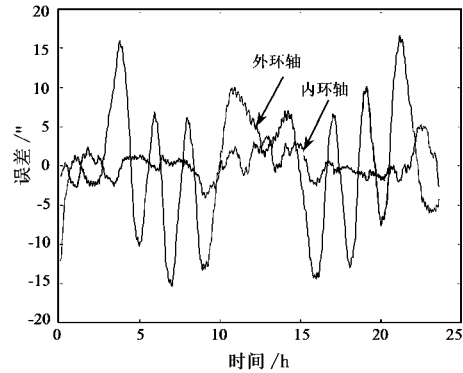


图 3 内外环轴转角残差曲线

Fig.3 Error curves of the angles of the inner and outer axes

表 1 残差的均值和标准差

Table 1 Mean and standard deviation of the errors

	均值	标准差
内环轴	0.016"	2.01"
外环轴	0.039"	7.45"

5 结论

由于自由转子陀螺仪的精度极高,采用通常的力反馈测试法不能反映自由转子陀螺仪的高精度。本文采用基于惯性基准的双轴伺服测试法对自由转子陀螺仪进行测试,从测试结果可以看出残差序列均值非常小,这说明估计偏置很小。同时标准差小于 8.64",可以得出自由转子陀螺仪的长时间漂移精度高,表明在自由转子陀螺仪具备长期高精度的基础上,采用伺服测试法能够获得极高的测试精度。伺服转台可以作为测量自由转子陀螺仪精度的装置。

参考文献:

[1] Akcayir Y, Ozkazanc Y. Gyroscope drift estimation analysis in land navigation systems[C]. IEEE Conference on Control Applications, 2003:1488 - 1491

[2] Skvortzov V, Cho Y C, Lee B L, et al. Development of a gyro test system at Samsung Advanced Institute of Technology[A]. IEEE Position Location and Navigation Symposium, 2004:133 - 142

[3] 张煦,万文明,梁辉. 惯性平台陀螺仪静态漂移系数分离方法研究[J]. 上海航天, 2002, 1: 36 - 38 [ZHANG Xu, WAN Wen-ming, LIANG Hui. Research of the method about separating gyroscope static drift coefficients of inertial platform[J]. Aerospace Shanghai, 2002, 1:36 - 36]

[4] Friedland B, Hutton M, Williams C, et al. Design of servo for gyro test table using linear optimum control theory[J]. IEEE Transactions

- on Automatic Control, 1976, 21(2):293-296
- [5] Jiang H, Yang W Q, Yang Y T. State space modeling of random drift rate in high-precision gyro[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(3):1138-1143
- [6] 刘延柱, 薛纭. 径向质量偏心的自由转子陀螺的漂移运动[J]. 应用数学和力学, 2004, 25(7):718-722 [LIU Yan-zhu, XUE Yun. Drift motion of free-rotor gyroscope with radial mass-unbalance [J]. Applied Mathematic and Mechanics, 2004, 25(7):718-722]
- [7] Gao Z Y, Kistner A, Sog H. Identification of the gyro drift error model by using a two-axis servo turntable[J]. Zeitschrift fuer Flugwissen-

schaften und Weltraumforschung, 1989, 13(4): 240-247



作者简介:吴秋平(1972-),男,博士,副研究员,主要研究方向为惯性导航、卫星导航、组合导航等。

通信地址:清华大学精密仪器与机械学系导航与自动控制教研室(100084)

电话:(010)62792116

E-mail:wuqiuping@mail.tsinghua.edu.cn

Study on Servo Test Technology of Free-rotor Gyroscope

WU Qiu-ping, HAN Feng-tian

(State Key Lab Precis Measurement Technol & Instru, Tsing Hua Univ, Beijing 100084, China)

Abstract: The free-rotor gyroscope is one of gyroscope with the highest precision at present and has no precision torque generator, therefore its drift error model is obtained from the two-axis servo turntable mode. First, the essential principle of the two-axis servo turntable test is presented in this paper. Then the trajectory of the turntable motion and the transformation law of the gravitational acceleration are derived. Moreover the drift error model of the free-rotor gyroscope is founded and the arithmetic for identifying the coefficient of the drift error model is deducted from the angle data of the two-axis servo turntable. Finally, test results show that the free-rotor gyroscope has the feature of high precision, the method of the servo turntable testing has higher resolution and better precision, and the servo turntable can be regarded as the device which is the precision standard for the free-rotor gyroscope.

Key words: Free-rotor gyroscope; Drift error model; Servo turntable; Least squares estimation

(上接第 565 页)

The Design of the Gain Scheduled Robust Attitude Control System of the Endoatmospheric Kinetic Interceptor

SHEN Ming-hui, CHEN Lei, WU Rui-lin, ZHOU Bo-zhao

(College of Astronautics and material, NUDT, ChangSha 410073, China)

Abstract: When the scheduling parameters vary fast, the system which was designed by the traditional methods may be unstable. Aiming at the limitations, the paper designs the attitude control system of the kinetic interceptor whose parameters vary fast by applying the gain scheduling robust control theory. The dynamics model of the kinetic interceptor is first established, and then, the quadratic H_∞ performance theorem based on state feedback is introduced and proved. To guarantee the satisfying dynamic performances of the closed loop system, the method of the pole region placement is applied. The last simulation results show the gain scheduling robust control method has good tracking and switching performances, anticipative dynamic responses and assuring system to be globally stable.

Key words: Kinetic interceptor; Gain scheduled robust control; Linear matrix inequality (LMI); Pole region placement