

# 基于交叉验证的陀螺仪温度漂移建模方法

杨华波, 张士峰, 蔡洪

(国防科技大学航天与材料工程学院, 长沙 410073)

**摘要:** 根据  $k$  次交叉验证思想, 分别在测量方差已知与未知的情况下引入了一种模型选择准则, 该准则充分考虑了模型的拟合能力与预测能力, 在获得极大似然估计的同时, 避免了参数估计中的过拟合问题。利用这一准则, 对陀螺仪误差系数温度漂移建模进行了分析, 获得了温度漂移的最优多项式模型。并与传统的 AIC 准则、MDL 准则进行对比, 通过 Monte Carlo 仿真说明了该选择准则在样本较小的情况下具有更好的性质。

**关键词:** 惯性测量系统; 陀螺仪; 温度漂移; 交叉验证

中图分类号: V241.5

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2007)03-0589-05

## 0 引言

惯性测量系统误差模型的选择与实际应用背景密切相关, 对于长时间、远程飞行应用场合, 如远程导弹、航天飞机等, 需要使用高精度的惯性系统。陀螺仪和加速度表是决定惯性系统精度的核心部件, 由于其对温度敏感度大, 温度漂移成为其主要的误差源之一。温度变化对陀螺仪精度的影响主要反映在两个方面: 一是陀螺仪材料性能本身对温度的敏感; 二是周围温度场对器件工作状态的影响。在实际应用当中, 平台式系统通常内置温度补偿系统, 而捷联式系统没有物理平台, 所以一般没有温度补偿系统。因此在高精度场合, 为了提高精度, 必须进行必要的温控或温度补偿措施。文献[1, 2]都将陀螺仪温度漂移模型假设为线性模型, 并不严格。交叉验证技术是一种综合考虑模型拟合能力与预报能力的模型选择方法, 在神经网络结构与训练优化<sup>[3]</sup>、图象识别与恢复<sup>[4]</sup>、多项式建模<sup>[5]</sup>等方面得到了应用。本文应用 Bayes 统计推断理论, 在预测密度似然函数最大原则之下, 利用交叉验证技术, 获得了陀螺仪误差系数温度漂移模型的选择准则。

## 1 陀螺仪温度漂移建模

工程实际中, 陀螺仪温度漂移试验通常利用温控箱进行温度控制, 当陀螺内部温度稳定时, 在某一个位置或某一个速率下, 陀螺输出电流值也趋于稳

定, 这时采样陀螺内热敏电阻值来确定陀螺内部温度。假设某陀螺仪误差系数模型为

$$y = k_{g0}(T) + k_{g1}(T)W_x + k_{g2}(T)W_y + k_{g3}(T)W_z + \varepsilon$$

其中  $y$  为陀螺仪漂移,  $W_x, W_y, W_z$  为陀螺仪三轴所受的比力,  $k_{g0}(T), k_{g1}(T), k_{g2}(T), k_{g3}(T)$  为误差系数,  $\varepsilon$  为随机性误差。在每一温度点下, 根据多位置标定方法可以得到误差系数的估计  $\hat{k}_{g0}(T_i), \hat{k}_{g1}(T_i), \hat{k}_{g2}(T_i), \hat{k}_{g3}(T_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, K$ 。将模型中的各系数看作温度的函数, 将各系数分别对温度进行正交多项式拟合, 即可得到陀螺仪误差系数的温度模型<sup>[1, 2]</sup>。以系数  $k_{g0}(T_i)$  为例, 令

$$k_{g0} = d_{00} + d_{01}P_1(T) + d_{02}P_2(T) + \dots + \varepsilon_0 \quad (1)$$

其中  $P_1(T), P_2(T)$  分别为一阶、二阶正交勒让德多项式。下面将利用交叉验证思想获得误差系数的最优多项式模型。

为方便起见, 假设误差系数温度模型为

$$Y = X\theta + \varepsilon \quad (2)$$

其中,  $\theta = [d_{00} \ d_{01} \ \dots]^T \in R^{p \times 1}$ ,  $X \in R^{n \times p}$ ,  $Y \in R^{n \times 1}$ ,  $\varepsilon$  为高斯白噪声, 多项式阶次  $p$  的确定由模型选择准则确定。 $D$  为观测数据集,  $D = \{(x_i, y_i)\}, i = 1, \dots, n$ 。

为了在模型集中选择一个适当的模型, 定义模型估计数据集  $D^e$ ,  $D^e$  为观测数据集  $D$  中任意  $m$  个数据对的集合, 模型验证集  $D^v$  为  $D$  余下的数据点集合,

有  $D = D^e + D^v$ 。交叉验证的主要思想就是利用估计集获得参数的估计,然后利用验证集评估模型的预测能力,根据数据集  $D$  进行  $M$  次不同的划分,每次保证  $D = D^e + D^v$ ,这样可以获得多次不同验证集下的模型选择准则,在该准则下选择最优模型。

假设  $G(\theta)$  为待估参数的真实联合分布,  $g(\theta|D)$  为根据观测数据集  $D$  获得的分布,则估计的均方误差(MSE)可以表示为

$$\begin{aligned} E_D \{ [g(\theta|D) - G(\theta)]^2 \} \\ = E_D \{ g(\theta|D) - G(\theta) \}^2 + \\ E_D \{ [g(\theta|D) - E_D \{ g(\theta|D) \}]^2 \} \end{aligned} \quad (3)$$

上式说明,估计均方误差分为两部分,右边第一项表示估计值与真值的偏差,第二项反映的是估计方差,随着样本数据的增加,估计方差会逐渐变小。

在模型选择中,参数  $\theta$  是根据模型选择准则迭代改进的。模型选择准则必须反映(3)式中的两个部分:一部分与模型的拟合性能相关,一部分与模型的泛化性能相关。从模型的综合性能评价上考虑,模型选择准则既需要是无偏的也需要方差尽可能的小,这样既可以保证最优模型的拟合能力,又可以避免出现过拟合问题。

对于观测序列  $D = \{(x_i, y_i)\}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , 假设有  $q$  个待选模型  $M_1, \dots, M_q$ , 如果第  $M_k$  个模型是最优的,则由  $M_k$  产生的样本数据可以表示为密度函数  $p(Y|M_k)$ , 模型参数可以根据样本数据进行估计。在参数估计中,利用  $m$  个数据估计模型参数  $\theta$ ,而利用剩下的  $n-m$  个测量数据验证模型的预测能力。将上述线性模型改写为

$$Y = X_k \theta_k + \epsilon_k \quad (4)$$

其中,  $\theta_k \in R^{p \times 1}$ ,  $X \in R^{n \times p}$ ,  $Y \in R^{n \times 1}$ ,  $\epsilon_k$  是均值为零,方差为  $\sigma_k^2$  高斯白噪声。假定  $\theta_k$  与  $\sigma_k^2$  的真值分别为  $\theta_{k0}$  和  $\sigma_{k0}^2$ 。在线性模型估计中,测量误差方差  $\sigma_k^2$  非常重要,下面分别讨论  $\sigma_k^2$  已知和  $\sigma_k^2$  未知时的交叉验证模型选择准则。

## 2 模型选择准则

在线性模型估计中,如果方差  $\sigma_k^2$  已知,参数  $\theta_k$  的估计  $\hat{\theta}_k$  服从正态分布,如果方差  $\sigma_k^2$  未知,则  $\hat{\theta}_k$  服从  $t$  分布,两种情况下选择准则的推导有所不同,下面分别说明。

### 2.1 $\sigma_k^2$ 未知情况

首先考虑  $\sigma_k^2$  未知情况,此时必须根据观测数据估计  $\sigma_k^2$ 。则在第  $M_k$  个模型为真实模型情况下,观测向量  $z$  的预测密度可以通过 Bayes 公式获得

$$\begin{aligned} p(z|Y_{(j)}, X_s, M_k) &\propto \int p(z|\theta_k, \sigma_k^2, M_k) \\ &p(\theta_k, \sigma_k^2 | Y_{(j)}, M_k) d\theta_k d\sigma_k^2 \\ &= \int p(z|\theta_k, \sigma_k^2, M_k) p(Y_{(j)}|\theta_k, \sigma_k^2, M_k) \\ &\pi(\theta_k, \sigma_k^2) d\theta_k d\sigma_k^2 \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $Y_{(j)}$  表示估计数据集,  $X_s$  为相应的系数矩阵,  $\pi(\theta_k, \sigma_k^2)$  为参数  $\theta_k, \sigma_k^2$  的验前分布,这里采用无信息验前,  $\pi(\theta_k, \sigma_k^2) \propto \sigma_k^{-1}$ 。则上述预测密度可以表示为

$$p(z|Y_{(j)}, X_s, M_k) \sim t_p \left( m-k, X_s \hat{\theta}_k^{(j)}, \frac{m}{m-k} \hat{\sigma}_k^{2(j)} \Sigma_{(j)} \right) \quad (6)$$

其中  $\hat{\theta}_k^{(j)}$  和  $\hat{\sigma}_k^{2(j)}$  是在  $M_k$  模型为真的情况下根据估计集获得的参数极大似然估计,  $\Sigma_{(j)} = I + X_s (X_{(j)}^T X_{(j)})^{-1} X_s^T$ ,  $t_p(\nu, \alpha, \beta)$  为  $p$  维、自由度为  $k$ , 超参数分别为  $\alpha$  和  $\beta$  的多变量  $t$  分布。 $z$  的均值与方差分别为  $E(z) = \alpha$ ,  $E\{(z-\alpha)(z-\alpha)^T\} = \frac{\nu}{\nu-2} \beta$ 。

将上述所有预测密度相乘,并取对数,构造如下的模型选择准则,

$$J_k = \frac{1}{M(n-m)} \sum_{j=1}^M E_Y \{-2 \ln f(Y_{(-j)}|Y_{(j)}, X_{(-j)}, M_k)\} \quad (7)$$

最优模型就是使  $J_k$  最小的模型。注意到预测密度函数服从多变量  $t$  分布,这在计算时很不方便,由于  $t$  分布随着自由度的增大而接近于正态分布,这里将多维  $t$  分布近似为多维正态分布,利用矩匹配方法,

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_N = X_s \hat{\theta}_k^{(j)} \\ D_N = \frac{m-k}{m-k-2} \frac{m}{m-k} \hat{\sigma}_k^{2(j)} \Sigma_{(j)} \\ = \frac{m}{m-k-2} \hat{\sigma}_k^{2(j)} \Sigma_{(j)} \end{array} \right.$$

预测密度可以近似为

$$p(z|Y_{(j)}, X_s, M_k) \sim N \left( X_s \hat{\theta}_k^{(j)}, \frac{m-k}{m-k-2} \hat{\sigma}_k^{2(j)} \Sigma_{(j)} \right)$$

因此

$$\begin{aligned}
& E_Y \{-2 \ln f(Y_{(-j)} | Y_{(j)}, X_{(-j)}, M_k)\} \\
&= (n-m) E_Y \{\ln \hat{\sigma}_k^{2(j)}\} + \\
&\quad (n-m) \ln \left( \frac{m}{m-k-2} \right) + \\
&\quad (n-m) \ln 2\pi + \ln |\Sigma_{(j)}| + \\
& E_Y \left\{ \frac{1}{\hat{\sigma}_k^{2(j)}} (Y_{(-j)} - X_{(-j)} \hat{\theta}_k^{(j)})^T \right. \\
&\quad \left. \Gamma_{(-j)}^{-1} (Y_{(-j)} - X_{(-j)} \hat{\theta}_k^{(j)}) \right\} \quad (8)
\end{aligned}$$

其中  $\Gamma_{(-j)} = \frac{m}{m-k-2} \Sigma_{(j)}$ 。由于  $Y = Y_{(j)} + Y_{(-j)}$ , 且  $Y_{(j)} \cap Y_{(-j)} = \emptyset$ , 所以  $E_Y = E_{Y_{(j)}} \{E_{Y_{(-j)}}\}$ ; 又  $z^T A z = \text{tr}(A z z^T)$ , (8)式最后一项等价于

$$\begin{aligned}
& E_{Y_{(j)}} \left\{ \frac{1}{\hat{\sigma}_k^{2(j)}} \text{tr} \left( \Gamma_{(-j)}^{-1} E_{Y_{(-j)}} \{ (Y_{(-j)} - X_{(-j)} \hat{\theta}_k^{(j)}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. (Y_{(-j)} - X_{(-j)} \hat{\theta}_k^{(j)})^T \} \right\} \right\} \quad (9)
\end{aligned}$$

前面已经指出,  $Y_{(-j)}$  近似为多维正态分布, 有

$$\begin{aligned}
& E_{Y_{(-j)}} \{ (Y_{(-j)} - X_{(-j)} \hat{\theta}_k^{(j)}) (Y_{(-j)} - X_{(-j)} \hat{\theta}_k^{(j)})^T \} \\
&= \hat{\sigma}_{k0}^2 I + X_{(-j)} (\hat{\theta}_k^{(j)} - \theta_{k0}) (\hat{\theta}_k^{(j)} - \theta_{k0})^T X_{(-j)}^T \quad (10)
\end{aligned}$$

进一步的推导可以得到<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned}
& \frac{m}{m-k-2} \text{tr} \left( \Gamma_{(-j)}^{-1} (I_{n-m} + X_{(-j)} (X_{(-j)}^T X_{(-j)})^T X_{(-j)}^T) \right) \\
&= n-m \quad (11)
\end{aligned}$$

省略常数项, 则模型选择准则(7)式简化为

$$\begin{aligned}
J_k &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M E_{Y_{(j)}} \{ \ln \hat{\sigma}_k^{2(j)} \} + \\
&\quad \ln \left( \frac{m}{m-k-2} \right) + \frac{1}{M(n-m)} \sum_{j=1}^M \ln |\Sigma_{(j)}| \quad (12)
\end{aligned}$$

现在分析(12)式中的第一项, 由于  $m \hat{\sigma}_k^{2(j)} / \hat{\sigma}_{k0}^2$  服从  $\chi^2$  分布, 有<sup>[7]</sup>

$$E_Y \left\{ \ln \frac{m \hat{\sigma}_k^{2(j)}}{\hat{\sigma}_{k0}^2} \right\} = \Psi \left( \frac{m-k}{2} \right) + \ln(2)$$

其中  $\Psi(x)$  为 Gamma 函数的对数微商,  $\Psi(x) = \frac{d}{dx} \ln F(x)$ 。则

$$\begin{aligned}
E_{Y_{(j)}} \{ \ln \hat{\sigma}_k^{2(j)} \} &= E_Y \{ \ln \hat{\sigma}_k^2 \} + \Psi \left( \frac{m-k}{2} \right) - \\
&\quad \Psi \left( \frac{n-k}{2} \right) + \ln \left( \frac{n}{m} \right)
\end{aligned}$$

其中  $\hat{\sigma}_k^2$  为根据所有样本数据得到的  $\hat{\sigma}_{k0}^2$  的估计。

最终的模型选择准则为

$$J_k^{CV} = \ln \hat{\sigma}_k^2 + \Psi \left( \frac{m-k}{2} \right) - \Psi \left( \frac{n-k}{2} \right) +$$

$$\ln \left( \frac{n}{m-k-2} \right) + \frac{1}{M(n-m)} \sum_{j=1}^M \ln |\Sigma_{(j)}| \quad (13)$$

## 2.2 $\hat{\sigma}_k^2$ 已知情况

在  $\hat{\sigma}_k^2$  已知情况下(假定为  $\hat{\sigma}_{k0}^2$ ), 如第  $M_k$  个模型为真实模型, 则观测向量  $z$  的预测密度为

$$\begin{aligned}
p(z | Y_{(j)}, X_z, M_k) &\propto \int p(z | \theta_k, M_k) \\
p(\theta_k | Y_{(j)}, M_k) d\theta_k \quad (14) \\
&= \int p(z | \theta_k, M_k) p(Y_{(j)} | \theta_k, M_k) \pi(\theta_k) d\theta_k
\end{aligned}$$

$\pi(\theta_k)$  为参数  $\theta_k$  的验前分布, 这里采用无信息验前,  $\pi(\theta_k) \propto 1$ 。则上述预测密度为正态分布, 可以表示为

$$p(z | Y_{(j)}, X_z, M_k) \sim N(X_z \hat{\theta}_k^{(j)}, \hat{\sigma}_k^2 \Sigma_{(j)}) \quad (15)$$

根据 2.1 节中的推导过程, 最终的模型选择准则为

$$J_k^{CV} = \ln \hat{\sigma}_k^2 + \frac{1}{M(n-m)} \sum_{j=1}^M \ln |\Sigma_{(j)}| \quad (16)$$

其中  $\hat{\sigma}_{k0}^2$  用所有样本数据得到的  $\hat{\sigma}_{k0}^2$  的估计  $\hat{\sigma}_k^2$  代替。

从(13)与(16)式可以看出, 模型选择准则  $J_k$  不仅与多项式阶次  $k$  有关, 而且还与交叉验证参数  $m$  与  $M$  有关, 实际上, 这两个参数的选择目前还没有理论上的最优选择方法, 它与实际问题密切相关。在交叉验证模型选择准则中, 计算的复杂度是随着  $m$  的增大而降低的, 但是  $m$  越大, (3)式中的方差部分越大<sup>[8]</sup>, 所以  $m$  必须折中考虑这两个方面。参数  $M$  的最大值是全组合  $C_m^n$ , 即使在  $n$  不大的情况下, 也会造成计算上很大的困难。 $m$  与  $M$  的选择, 需要根据实际问题确定。

在模型选择中, 很多人都基于各自假设提出了众多的选择准则, 如 AIC 准则<sup>[5]</sup>

$$J_k^{(AIC)} = \ln \hat{\sigma}_k^2 + \frac{2k}{n} \quad (17)$$

以及 MDL 准则<sup>[9]</sup> (Minimum description length)

$$J_k^{(MDL)} = \ln \hat{\sigma}_k^2 + k \ln n/n \quad (18)$$

比较上述三种选择准则, 实际上都由两部分组成, 一部分是与估计方差或预测方差相关的量, 另一部分则是与样本数量相关, 在大样本统计理论中,  $n$  越大, 参数估计无偏性越好, 当  $n \rightarrow \infty$  时, 上述三种选择准则中与估计偏差有关项都趋近于零。

## 3 仿真算例

为验证上述模型选择准则的实用性, 下面设计

一个仿真算例，并与其它几种模型选择相对比。假设陀螺仪某误差系数温度漂移的多项式模型为

$$k_g = \theta_0 + \theta_1 t + \theta_2 t^2 + \epsilon$$

在实际当中，由于多位置标定过程比较费时，不可能进行大量试验。假设  $n = 30$ ，即在 30 个不同温度点下进行多位置标定试验，根据(1)式可以获得不同温度下误差系数的估计  $\hat{k}_g$ 。为方便起见，令  $t = T/T_0$ ，其中  $T$  为绝对温度， $T_0$  为绝对温度零点，假设仿真中  $\theta_0 = 0.5$ ,  $\theta_1 = 0.4$ ,  $\theta_2 = 0.05$ ,  $\sigma_{\theta_0} = 0.0005$ ，模型最高阶次  $q = 6$ 。这里选择  $m = n/2$ ,  $M = 100$ 。首先考虑方差未知情况，根据(13)、(16)、(17)、(18)式分别计算四种不同准则下的最优模型。利用 Monte Carlo 仿真，将上述过程进行 10000 次。表 1 是当  $n = 20$ ,  $m = 10$  时 10000 次仿真下四种选择准则对应的各阶次最优模型次数。表 2 是当  $n = 30$ ,  $m = 15$  时 10000 次仿真下四种选择准则对应的各阶次最优模型次数。表 3 是当  $n = 50$ ,  $m = 25$  时 10000 次仿真下四种选择准则对应的各阶次最优模型次数。表中 CV 为根据(13)式计算的结果，CV2 为根据(16)式计算的结果。

表 1  $n = 20$  时四种不同准则下的模型选择结果

Table 1 Selective results for four different criterions at  $n = 20$

$k$	1	2	3	4	5	6
AIC	0	0	4516	2312	2131	1041
MDL	0	1	5932	1956	1702	409
CV	0	6	7545	1580	744	125
CV2	0	0	5438	2352	1754	456

表 2  $n = 30$  时四种不同准则下的模型选择结果

Table 2 Selective results for four different criterions at  $n = 30$

$k$	1	2	3	4	5	6
AIC	0	905	4232	2126	2303	434
MDL	0	1837	5194	1550	1219	200
CV	0	1692	5456	1638	1080	134
CV2	0	789	4379	2324	2203	305

表 3  $n = 50$  时四种不同准则下的模型选择结果

Table 3 Selective results for four different criterions at  $n = 50$

$k$	1	2	3	4	5	6
AIC	0	0	5099	2253	2326	322
MDL	0	0	7491	1455	933	121
CV	0	0	6444	1923	1460	173
CV2	0	0	4562	2503	2504	432

由表 1、表 2 与表 3 可以看出，在样本容量  $n =$

20 时，测量方差未知情况下的交叉验证准则 (CV) 下的模型选择准确率较 AIC、MDL 和 CV2 准则要高得多，其选择高阶多项式的误选率较 AIC、MDL、CV2 要低得多。而在  $n = 30$  时，CV 准则准确率略高于其它几种方法。在样本容量  $n = 50$  时，MDL 准则的准确率最高，CV 准则次之，而 AIC 与 CV2 远远低于这两种方法。随着样本容量的减小，CV 方法正确选择的概率高于其它几种方法。在工程实际中，陀螺仪温度漂移的多位置试验不可能很多，文献 [1] 中的温度漂移试验仅给出了在 10 个温度点处的多位置试验数据。本文给出的 CV 准则更适用于陀螺仪温度漂移多项式建模。

下面考察不同  $m$  值对交叉验证 CV 准则选择结果的影响，取  $n = 30$ 、 $M = 100$ ，仍然利用 Monte-Carlo 仿真 10000 次。

表 4 不同  $m$  值下的模型选择结果

Table 4 Selective results at different value of  $m$

$k$	1	2	3	4	5	6
$m = 10$	1	2473	5957	1112	367	121
$m = 15$	0	1692	5456	1638	872	208
$m = 25$	0	1285	4792	2005	1535	383
$m = 29$	0	1155	4665	2047	1724	409

由表 4 可以看出，在  $n = 30$  时，随着估计集样本容量  $m$  的增大，所获得的最优模型向高阶方向移动， $m$  越小，低阶模型选中的概率越大，而  $m$  越大，高阶模型选中的概率越大，本文选择  $m = n/2$ ，是综合考虑了这两方面的影响，这也可以作为选择  $m$  值的一个参考。

#### 4 结论

本文将交叉验证技术应用于陀螺仪温度漂移模型的选择，根据 Bayes 统计推断技术，分别获得了测量方差已知与未知情况下的模型选择准则 (CV 准则)，并利用 Monte Carlo 仿真方法比较了 AIC 准则、MDL 准则与 CV 准则的性能，仿真结果表明，交叉验证选择准则是一种性能优良的模型选择方法，特别是在样本较小情况下其选择准确率较其它几种方法高得多。当然，交叉验证技术应用于模型选择仍有一些问题需要进一步研究，如估计集与验证集大小的选择 ( $m$  的选择)、 $M$  值选择与计算消耗的折中等，如果这些参数选择合适，可能会得到更加优良的模型选择准则。

## 参考文献:

- [1] 徐丽娜, 邓正隆, 张广莹, 等. 陀螺仪温度试验与建模研究[J]. 宇航学报, 1999, 20(2): 99 – 103 [XU Li-na, DENG Zheng-long, ZHANG Guang-ying, et al. Temperature test and modeling research of gyroscope[J]. Journal of Astronautics, 1999, 20(2): 99 – 103]
- [2] 张广莹, 邓正隆, 傅振宪. 陀螺仪温度建模研究[J]. 系统仿真学报, 2003, 15(3): 369 – 371 [ZHANG Guang-ying, DENG Zheng-long, FU Zhen-xian. Temperature modeling study for gyroscope[J]. Journal of System Simulation, 2003, 15(3): 369 – 371]
- [3] Thuau Q, Huynh, Rudy Setiono. Effective neural network pruning using cross-validation[C] Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks, Montreal, Canada, 2005, 31(4): 972 – 977
- [4] Nhat Nguyen, Peyman Milanfar, Gene Golub. Efficient generalized cross-validation with applications to parametric image restoration and resolution enhancement. IEEE Trans on Image Processing, 2001, 10(9): 1299 – 1308
- [5] Maiza Bekara and Gilles Fleury. Estimation of Polynomial Order Via Cross Validation Bayesian Predictive Densities. WISP 2003, Budapest, Hungary. 4 – 6 Sep. 2003, 133 – 136
- [6] 张金槐, 蔡洪. 飞行器试验统计学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995 [ZHANG Jin-huai, CAI Hong. Test Statistics of Aircraft [M]. Changsha: published by National University of Defense Technology press, 1995]
- [7] Dirk H, Hoekman. Speckle ensemble statistics of logarithmically scaled data, IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing, 1991, 29(1): 180 – 182
- [8] Kohavi R. A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection[C] In Proceedings of the Fourteenth International Conference on Artificial Intelligence, San Mateo, CA, 1995, 1137 – 1143
- [9] Rissanen J. Modeling by shortest data description. Automatic, 1978, 14: 465 – 471



作者简介: 杨华波(1980-),男,博士研究生,主要从事惯性技术、试验数据处理等方面的研究。

通信地址:湖南长沙国防科技大学一院 102 教研室(410073)

电话:(0731)4573178

E-mail:yhang0731@mailme.cn

## Temperature Drift Modeling of Gyroscope Using Cross-Validation

YANG Hua-bo, ZHANG Shi-feng, CAI Hong

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The paper introduces a new model selection criterion which based on the  $k$ -fold cross-validation under the unknown variance and known variance respectively. The new criterion can obtain maximum likelihood estimate of optimal model and at the same time avoid the large prediction error. Based on the criterion, the optimal polynomial model of gyroscope temperature drift is set up. The performance of the new criterion is compared with *AIC* and *MDL* through Monte Carlo numerical simulations. The result shows that the criterion has a more effective performance than *AIC* and *MDL* in small sample.

**Key words:** Inertial measurement unit; Gyroscope; Temperature drift; Cross validation