

两轮自平衡机器人系统设计、建模及 LQ 控制

阮晓钢, 刘江, 狄海江, 李欣源, 赵建伟

(北京工业大学 电子信息与控制工程学院 北京 100022)

摘要:设计一个以 TMS320F2812DSP 为控制核心、2 个独立驱动的同轴直流电机为执行机构的两轮自平衡机器人, 其姿态传感器包括倾角仪、速率陀螺和电机编码器。依据经典牛顿力学建立线性系统数学模型, 采用 LQR 方法得到系统的反馈系数后, 进行系统仿真实验和实际物理系统实验。实验结果表明, 该系统的建模和控制器的设计是合理和有效的, 且所设计的 DSP 控制程序可以方便的实现其他控制算法, 并且可得到系统运行时各状态的值, 为数据分析和传感器信号的处理提供方便。

关键词:两轮自平衡; TMS320F2812; LQR; 陀螺仪

中图分类号: TP183

文献标识码: B

文章编号: 1004-373X(2008)18-057-04

System Design, Modeling and LQ Control of a Two - wheeled Self - balancing Robot

RUAN Xiaogang, LIU Jiang, DI Haijiang, LI Xinyuan, ZHAO Jianwei

(School of Electronics Information & Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing, 100022, China)

Abstract: A two - wheeled self - balancing robot is designed, which uses a TMS320F2812DSP as center controller, two coaxial DC motors as actuator independently. Gesture sensors include a gyroscope, an inclinometer and two motor encoders. Based upon Newton dynamics mechanics theory, a mathematical model of linear system is built up. A systematic simulation experiment and physics experiment are accomplished after the feedback coefficients is gained using LQR control strategy. The experiment result shows that the system model and the controller design are reasonable and effective. Besides, the DSP control program may be used for other control algorithms, and values of running states are accessible, which offers convenience for data analysis and sensor signal processing.

Keywords: two - wheeled self - balancing; TMS320F2812; LQR; gyroscope

倒立摆系统作为受控对象是非线性、强耦合、多变量和自然不稳定的系统, 是检验各种控制理论的理想模型。在控制过程中倒立摆系统能有效地反映诸如稳定性、鲁棒性、随动性以及跟踪性等许多控制中的关键问题。本文涉及的两轮自平衡机器人相比一级倒立摆系统, 由于其两轮分别驱动, 增加了控制难度, 且使用了嵌入式的数字信号处理器作为控制器, 使其可以脱离实验室的导轨在普通路面上巡航。国内外研究学者对移动轮式倒立摆模型及对两轮行走平衡控制技术的进行了大量的研究, 分别出现了 Segway, Quasimoro, Joe 和 Nbot 等机器人。近两年该项技术开始成为全球机器人控制技术的研究热点之一。与倒立摆类似, 两轮自平衡机器人在垂直位置, 即倾角小于 $\pm 10^\circ$ 时, 可以近似认为

是线性系统, 所以对两轮自平衡机器人的控制可以采用传统的线性控制方法。

本文主要介绍两轮自平衡机器人的设计、数学模型的建立、LQR 控制方法的使用并给出实验结果。

1 系统设计

两轮自平衡机器人系统的机械结构采用层状结构, 底层是两个轮子, 由安装在机器人底部的两个同轴的直流电机驱动, 直流电机装有减速器及编码器。轮子上方, 即机器人的中层放置有机器人的电源、电机驱动器、控制器等。在中层的前后侧设计有一对护臂, 当机器人停机时方便机器人的存放; 在调试过程中可以防止机器人摔倒造成内部元件的损坏; 运行时可以起到防止机器人直接撞到障碍物而造成损坏。上层是机器人的机身及头部, 用来放置姿态传感器以及未来的设计中其他部件的安装。

两轮自平衡机器人系统的电气结构如图 1 所示。控制系统的核心是一块 TI 公司的 TMS320F2812DSP 处理器, 该芯片集实时处理能力与外设控制功能于一

收稿日期: 2008-02-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60774077); 北京市属市管高等学校人才强教计划资助项目; 高等学校博士学科点专项科研基金(20050005002); 北京工业大学研究生科技基金(ykj-2006-314)

身,特别适合测量值多、程序大、实时性强的复杂运动控制。DSP 的 2 路 PWM 信号分别给 2 个驱动器提供输入信号调节电机两端的电压,达到调节电机转速的目的。DSP 的 JTAG 接口通过仿真器与上位机连接,方便下载程序及在线调试。另外 DSP 还通过 SCI 串行通讯接口与上位机相连,将机器人运行中的数据上传到上位机中存储,上位机也可以实时给机器人下达指令,完成规定动作。姿态检测传感器包括倾角传感器、速率陀螺以及安装在电机上的光电编码器,用来实时检测机器人倾倒的角度与角速度以及两个轮子转过的角度与角速度。电源部分采用 20 节镍氢电池组成电池组,提供直流电压,并通过一块电源分配电路板提供 24 V,5 V 的稳定电压以供各机器人各部分使用。此外还提供一块电源监测电路板以监测电池组供电电压,当电压低于 24 V 的时候会报警,提醒用户及时充电。

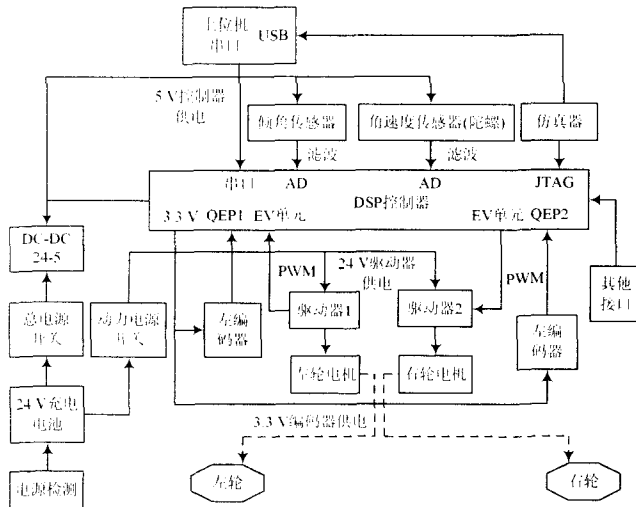


图 1 两轮自平衡机器人电气结构图

2 数学模型

2.1 系统数学模型的建立

假设车轮、机器人车体为刚体,如图 2、图 3 所示,可以将机器人分为右轮、左轮、车体 3 部分。下面是变量的说明:

m 为一个车轮的质量; M 为机器人除两个车轮外的质量,即车体质量; J_w 为车轮对轮轴的转动惯量; J_θ 为车体对 z 轴的转动惯量; J_δ 为车体对 y 轴的转动惯量; R 为车轮半径; D 为车轮之间的距离; L 为 z 轴到车体的距离; θ 为车体与竖直轴 y 轴的夹角; ω 为车体与竖直轴 y 轴的夹角速度; δ 为车体与 x 轴的夹角; x_l, x_r, x_m 为左右车轮位移,两轮轴中点位移; f_l, f_r 为左右轮与地面的静摩擦力; H_l, H_r 为左右轮与车体相互作用力的 x 轴分量; V_l, V_r 为左右轮于车体相互作用力的 y 轴分量; C_l, C_r 为左右电机的输出转矩; x_p, y_p 为机器人车体质

心位移。

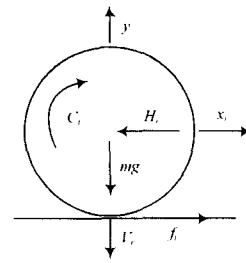


图 2 右轮受力图

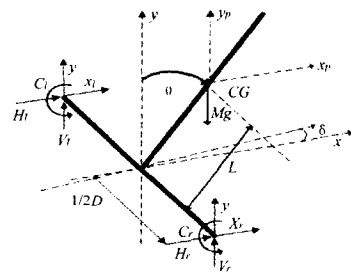


图 3 车体受力图

根据经典牛顿定律进行受力分析,得到如下的方程组:对右轮:

$$\ddot{x}_r m = f_r - H_r \quad (1)$$

$$\frac{\ddot{x}_r J_w}{R} = C_r - f_r \quad (2)$$

对左轮:

$$\ddot{x}_l m = f_l - H_l \quad (3)$$

$$\frac{\ddot{x}_l J_w}{R} = C_l - f_l \quad (4)$$

对车体:

$$\ddot{x}_p M = H_r + H_l \quad (5)$$

$$\partial J_p = (V_r + V_l)L \sin \theta - (H_r + H_l)L \cos \theta - (C_r + C_l) \quad (6)$$

$$\ddot{y}_p M = V_r + V_l - Mg \quad (7)$$

$$\partial J_\delta = \frac{(H_l - H_r)D}{2} \quad (8)$$

几个物理量之间的转化关系:

$$x_m = \frac{(x_r + x_l)}{2} \quad (9)$$

$$x_p = x_m + L \sin \theta \quad (10)$$

$$y_p = L \cos \theta - L \quad (11)$$

$$\delta = \frac{(x_l - x_r)}{D} \quad (12)$$

根据这 12 个动力学方程,且在 $\theta = 0$ 线性化即 $\sin \theta \triangleq \theta, \cos \theta \triangleq 1$,并略去 θ 的高次项,经整理可得到系统的状态空间表达式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x}_m \\ \dot{\omega} \\ \dot{v}_m \\ \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ x_m \\ \omega \\ v_m \\ \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \\ 0 & 0 \\ b_{61} & b_{62} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_l \\ C_r \end{bmatrix}$$

其中:

$$a_{31} = \frac{MgL(M + 2m + \frac{2J_w}{R^2})}{N}$$

$$a_{41} = -\frac{M^2L^2g}{N}$$

$$b_{31} = b_{32} = \frac{-(M + 2m + 2\frac{J_w}{R^2} + \frac{ML}{R})}{N}$$

$$b_{41} = b_{42} = \frac{[ML + \frac{(ML^2 + J_p)}{R}]}{N}$$

$$b_{61} = -b_{62} = \frac{D}{R \left[2J_\delta + \frac{(m_r + \frac{J_w}{R^2})}{\frac{D^2}{2}} \right]}$$

$$N = (J_p + ML^2)(M + 2m + 2\frac{J_w}{R^2}) - M^2L^2$$

2.2 系统解耦

观察系数矩阵,发现其为分块对角阵,可对系统进行解耦,这样可以分成2个独立子系统,一个描述系统的倾角、位移、倾角速度和前进速度;另一个描述系统绕竖直轴的旋转角度和旋转角速度:

$$\text{取 } D = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$\text{则有 } \begin{bmatrix} C_l \\ C_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\theta \\ C_\delta \end{bmatrix}$$

则原系统分成2个子系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x}_m \\ \dot{\omega} \\ \dot{v}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ x_m \\ \omega \\ v_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{31} \\ b_{41} \end{bmatrix} C_\theta$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_{61} \end{bmatrix} C_\delta$$

原来的多输入系统分解成2个单输入单输出系统。分别对这2个子系统进行控制,计算出两个子系统的控制量,再经过变换得到系统两个电机的输出转矩 C_l 和

C_r 。

3 系统仿真

将参数带入系统状态方程后,经计算2个系统都分别能控。针对两个子系统分别采用LQR方法对系统进行控制。取:

$$J(u) = \frac{1}{1} \int_{t_0}^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(T)Ru(t)] dt$$

其中 Q 为单位矩阵, R 为 1; 得到子系统 1 的反馈系数矩阵为:

$$K_1 = [-11.637 \ 3 \ -1.000 \ 0 \ -1.710 \ 8 \ -1.990 \ 4]$$

子系统 2 的反馈矩阵为:

$$K_2 = [-1.000 \ 0 \ -1.026 \ 7]$$

得到两个系统的阶跃响应曲线分别如图 4, 图 5 所示。

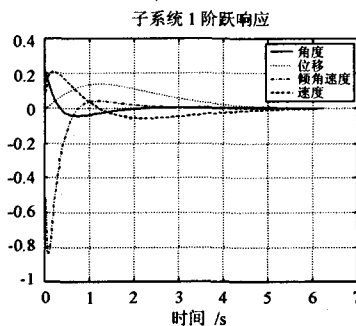


图 4 子系统 1 的阶跃响应

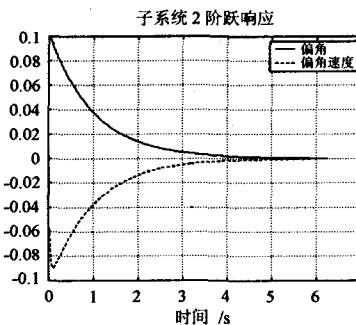


图 5 子系统 2 的阶跃响应

仿真效果表明所设计的 LQR 控制器可以很好地控制系统稳定。系统各状态量在 5 个控制周期后都趋于稳定状态。

4 机器人物理系统实验

控制器的软件设计采用 TI 公司的 CCS 软件开发系统。使用 25 ms 周期中断对系统进行实时控制。在中断中完成对传感器输入的模拟信号和数字信号的处理,实时计算电机所需控制量实现反馈控制。在主程序

中对用户想了解的状态变量通过串行电缆将向上位机传输。并且在上位机用 VC++ 开发数据接收程序。

将仿真得到的两组参数在两轮直立式自平衡机器人上做了状态反馈控制。因为所建数学模型和真实的物理系统有一定的差异,故针对机器人实际运行情况对反馈系数进行一些微调,得到比较满意的效果。由于机器人可以向上位机传输运行的状态量。这里对得到的数据用 Matlab 绘制图像,得到系统稳态运行时的各状态如图 6 所示。

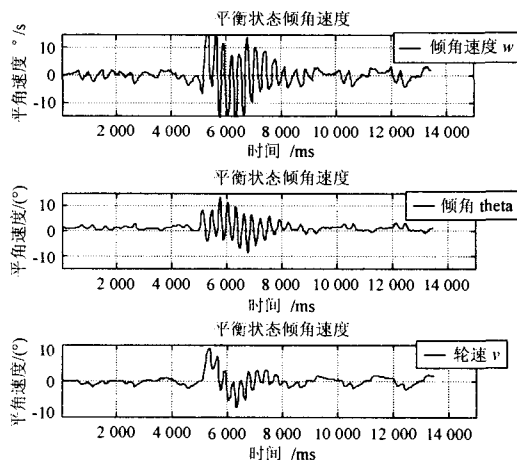


图 6 系统在 5 000 ms 处加扰动后恢复平衡

5 结 语

设计一个两轮自平衡机器人,包括机械系统、电气系统和控制系统,建立它的数学模型并用 LQR 算法在仿真环境下对其进行了控制,利用仿真得到的反馈参数,在 DSP 中实现了机器人系统的实时控制。

实验结果表明,该系统的建模和控制器的设计合理和有效,且所设计的 DSP 软件可以方便地实现其他控制算法,并且可得到系统运行时各状态的值,为数据分析和传感器信号的处理提供了方便。

本系统的搭建,为两轮自平衡机器人的控制提供很好的开发环境。后续工作在于寻求其他的控制理论如模糊控制,非线性控制等,以求进一步改善和提高两轮自平衡机器人的瞬态特性和鲁棒性,为实现机器人的系统参数识别和自学习平衡积累数据和经验。

参 考 文 献

- [1] 段旭东,魏衡华,陈星.基于 DSP 的二轮小车-倒立摆系统[J].控制工程,2004,11(11):521-524.
- [2] 陈星,魏衡华,张玉斌.二轮行走倒立摆系统建模与鲁棒方差控制[J].计算机仿真,2006,23(3):269-272.
- [3] Segway Human Transporter (2004). [EB/OL]. <http://www.segway.com>.
- [4] NBot Balancing Robot. A Two Wheel Balancing Robot. [EB/OL]. <http://www.geology.smu.edu/~dpa-www/robo/nbot/index.html>,2003.
- [5] Salerno A, Angeles J. On the Nonlinear Controllability of a Quasiholonomic Mobile Robot [C]. In Proc. IEEE ICRA, Taiwan,2003;3 379-3 384.
- [6] Grasser F, Arrigo A D, Colombi S, et al. Joe: A mobile, inverted Pendulum [C]. IEEE Trans. Ind. Electron., 2002, 49 (1):107-114.
- [7] 苏奎峰,吕强,耿庆锋,等. TMS320F2812 原理与开发 [M]. 北京:电子工业出版社,2005.
- [8] 郑大中. 线性系统理论 [M]. 北京:清华大学出版社,2002.
- [9] 张培仁,张志坚. 基于 16/32 位 DSP 机器人控制系统设计与实现 [M]. 北京:清华大学出版社,2006.
- [10] 李航,孙厚芳,韩建海. 两轮机器人行走机构的建模与实验 [J]. 北京理工大学学报,2004(12):28-31.
- [11] 刘金银. 先进 PID 控制 Matlab 仿真 [M]. 2 版. 北京:电子工业出版社,2004.
- [12] 刘勇,蔡延财,陈永冰. 基于 TMS320F2812&CPLD 的液晶显示的驱动设计 [J]. 现代电子技术,2006,29(3):142-144.

(上接第 56 页)

参 考 文 献

- [1] 刘玉艳,沈明玉. LVS 负载均衡技术在网络服务中的应用 [J]. 合肥工业大学学报:自然科学版,2007,30(12):1 592-1 595.
- [2] 秦刘,兰巨龙,杨帅. 动态反馈负载均衡在 LVS 集群中的设计与实现 [J]. 计算机技术与应用,2007(9):116-119.
- [3] 王晋鹏,潘龙法,李降龙. LVS 集群中的动态反馈调度算法 [J]. 计算机工程,2005,31(19):40-42.
- [4] 龚梅,王鹏,吴跃. 一种集群系统的透明动态反馈负载均衡算法 [J]. 计算机应用,2007,27(11):2 662-2 665.
- [5] 郭全生,舒继武,毛希平. 基于 LVS 系统的负载动态平衡设计与实现 [J]. 计算机研究与发展,2004,41(6):923-929.
- [6] 田绍亮,左明,吴绍伟. 一种改进的基于动态反馈的负载均衡算法 [J]. 计算机工程与设计,2007,28(3):572-573.
- [7] 宋安军,王晓峰,彭勤科,等. 计算机集群监控系统任务模型的研究 [J]. 现代电子技术,2007,30(5):115-116.