

文章编号: 1005-7277(2009)01-0019-03

# 三相 PWM 逆变器的近似建模方法

成燕, 孙勇军

(武汉科技大学, 湖北 武汉 430081)

摘要: 三相逆变器中包含了一些开关器件, 具有很强的非线性, 在建立其状态空间模型时, 很难得出它的解析解, 介绍了一种用准状态空间方程的方法, 比较精确地建立了三相逆变器的数学模型。并在 MATLAB/SIMULINK 中仿真了电磁暂态和状态空间近似模型, 仿真结果验证了提出的模型是精确和有效的。

关键词: 逆变器; 状态空间方程; 帕德近似

中图分类号: TM714

文献标识码: A

## Approximate modeling of three-phase PWM inverter

CHENG Yan, SUN Yong-jun

(Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

Abstract: Some switch devices are contained in three-phase inverter and has strong nonlinear. The analytic solution is hardly derived when setting up its state-space model. A kind of quasi-state-space equation is introduced which establish the mathematical model of three-phase inverter accurately. The electromagnetic transience and approximate model are simulated in Matlab/Simulink. The simulation results show its accuracy and validity.

Key words: inverter; state-space equation; Pade approximation

### 1 前言

随着变换器技术的发展, 电力电子设备在各个工业领域得到广泛应用, 采用电力电子变换器仿真可以减少开发时间和花费, 而这离不开建模<sup>[1]</sup>。其建模方法经历了由数值法到解析法的过程。数值法是根据一定的算法进行计算机运算处理而获得的数值解。其最大的优点是计算速度较快。然而数值法所得的结果, 物理概念不明确, 很难提供电路工作机理的信息而且计算量过大。解析法是指用解析表达式来描述变换器特性的建模方法, 着眼于工作机理的分析, 能为设计提供较明了的依据。解析法精确度高, 但结果表达式复杂, 难以处理非理想元件, 因而难指导设计<sup>[2]</sup>。

本文采用一种准近似方法来建立电力电子变换器的模型, 并利用建立的模型进行了仿真, 与精确结果相比, 模型的精确度较高。

### 2 准状态空间模型的建立

由于电力电子换流器的开关特性, 在每个开关周期中, 有多个拓扑形式, 首先为每个拓扑建立状态空间方程, 形式如下:

$$\frac{d}{dt}x_s \varphi = A_j x_s \varphi + B_j u \varphi \quad (1)$$

$$v_N \varphi = C_j x_s \varphi + D_j u \varphi \quad (2)$$

式中:  $T_{k,j-1} < t < T_{k,j}$ ,  $j=1, 2, \dots, N$ ,  $T_{k,0}=0$ ,  $1 \leq j \leq N$ 。其中  $j$  表示第  $k$  个周期中的第  $j$  个拓扑电路的状态空间方程。由线性系统理论可知, 方程的解为:

$$x_s \varphi = e^{A_j(t-t_{0j})} x_s(t_{0j}) + \int_{t_{0j}}^t e^{A_j(t-\tau)} B_j u \varphi d\tau \quad (3)$$

假设输入  $u \varphi$  为常量, 令  $t=t_{0j}+\Delta t_j$ , 则有:

$$x_s(t_{0j}+\Delta t_j) = e^{A_j \Delta t_j} x_s(t_{0j}) + A_j^{-1} [e^{A_j \Delta t_j} - I] B_j u_{k,j} \varphi \quad (4)$$

其中  $I$  为单位矩阵。

一般来说, 求状态方程的精确解比较困难, 因此有很多文献是求其近似解, 比如  $e^{A_j \Delta t_j}$  用泰勒级数的前几项来近似, 在精度要求不太高的场合, 比较简单适用<sup>[3]</sup>。但是在一些精度要求较高的地方, 提高泰勒级数的阶数, 则会使系统的复杂程度增加, 因此希望能在提高  $e^{A_j \Delta t_j}$  的近似度的同时, 又能简单化。本文采用以下方法来求状态方程的近似解。

$$\text{另 } e^{A_j \Delta t_j} = e^{A_j T_s \delta_j} \cong I + \Phi_{a,j} \delta_j + \Phi_{b,j} \delta_j^2 \quad (5)$$

其中  $\delta_j = \Delta t_j / T_s$ ,  $\Delta t_j < T_s$ , 则有  $\delta_j \in [0, 1]$ 。

令  $\Phi_{a,j}(\varphi)$ ,  $\Phi_{b,j}(\varphi)$  分别为  $\Phi_{a,j}$  和  $\Phi_{b,j}$  的  $r$  行  $c$  列。则误差如下:

$$e(\varphi)_{r,j} = 1 + \Phi_{a,j}(\varphi) \delta_j + \Phi_{b,j}(\varphi) \delta_j^2 - z_{j,r}(\varphi), \text{ 如果 } r=c \quad (6)$$

$$e(\varphi)_{r,j} = \Phi_{a,j}(\varphi) \delta_j + \Phi_{b,j}(\varphi) \delta_j^2 - z_{j,r}(\varphi), \text{ 如果 } r \neq c \quad (7)$$

其中  $z_{j,r}(\varphi)$  为  $e^{A_j T_s \delta_j}$  真实值的  $r$  行  $c$  列。设  $\delta_j$  变化步

长为  $1/H$ , 则  $\delta_j = h/H, h=0, 1, \dots, H$ .

第  $h$  步,

如果  $r=c$ :

$$e_{(r),j}(\eta) = [H^2 + \Phi_{a,(r),j}hH + \Phi_{b,(r),j}h^2 - H^2 z_{j,(r)}(\eta)] / H^2 \quad (8)$$

如果  $r \neq c$ :

$$e_{(r),j}(\eta) = [\Phi_{a,(r),j}hH + \Phi_{b,(r),j}h^2 - H^2 z_{j,(r)}(\eta)] / H^2 \quad (9)$$

其中  $z_{j,(r)}(\eta)$  为  $e^{A_j T_s h/H}$  的  $r$  行  $c$  列。

$$E_{(r),j} = \sum_{h=1}^H e_{(r),j}^2(\eta) = \frac{1}{H^4} [H^2 + \Phi_{a,(r),j}hH + \Phi_{b,(r),j}h^2 - H^2 z_{j,(r)}(\eta)]^2 \quad (10)$$

如果  $r=c$

$$E_{(r),j} = \sum_{h=1}^H e_{(r),j}^2(\eta) = \frac{1}{H^4} \sum_{h=1}^H [\Phi_{a,(r),j}hH + \Phi_{b,(r),j}h^2 - H^2 z_{j,(r)}(\eta)]^2 \quad (11)$$

如果  $r \neq c$

欲使  $\Phi_{(r),j}$  最小, 则可对以上方程求导数:

$$r=c \text{ 时 } \frac{\partial E_{(r),j}}{\partial \Phi_{a,(r),j}} = \frac{2}{H^4} \sum_{h=1}^H [H^2 + \Phi_{a,(r),j}hH + \Phi_{b,(r),j}h^2 - H^2 z_{j,(r)}(\eta)] hH = 0 \quad (12)$$

$$r \neq c \text{ 时 } \frac{\partial E_{(r),j}}{\partial \Phi_{a,(r),j}} = \frac{2}{H^4} \sum_{h=1}^H [\Phi_{a,(r),j}hH + \Phi_{b,(r),j}h^2 - H^2 z_{j,(r)}(\eta)] hH = 0 \quad (13)$$

$$\text{则有 } r=c \text{ 时 } \frac{\partial E_{(r),j}}{\partial \Phi_{b,(r),j}} = \frac{2}{H^4} \sum_{h=1}^H [H^2 + \Phi_{a,(r),j}hH + \Phi_{b,(r),j}h^2 - H^2 z_{j,(r)}(\eta)] h^2 = 0 \quad (14)$$

$$r \neq c \text{ 时 } \frac{\partial E_{(r),j}}{\partial \Phi_{a,(r),j}} = \frac{2}{H^4} \sum_{h=1}^H [\Phi_{a,(r),j}hH + \Phi_{b,(r),j}h^2 - H^2 z_{j,(r)}(\eta)] h^2 = 0 \quad (15)$$

化简得:

$$\frac{2}{H^4} \sum_{h=1}^H [H^2 I + \Phi_{a,j}hH + \Phi_{b,j}h^2 - H^2 Z_j(\eta)] hH = 0 \quad (16)$$

$$\text{和 } \frac{2}{H^4} \sum_{h=1}^H [H^2 I + \Phi_{a,j}hH + \Phi_{b,j}h^2 - H^2 Z_j(\eta)] h^2 = 0 \quad (17)$$

整理得:

$$\sum_h \left(\frac{h}{H}\right)^3 \Phi_{a,j} + \sum_h \left(\frac{h}{H}\right)^4 \Phi_{b,j} = \sum_h Z_j(\eta) \left(\frac{h}{H}\right)^2 - \sum_h \left(\frac{h}{H}\right)^2 I = Z_a \quad (18)$$

$$\text{和 } \sum_h \left(\frac{h}{H}\right)^2 \Phi_{a,j} + \sum_h \left(\frac{h}{H}\right)^3 \Phi_{b,j} = \sum_h Z_j(\eta) \left(\frac{h}{H}\right) - \sum_h \frac{h}{H} I = Z_b \quad (19)$$

$$\text{其中 } \sum_h \frac{h}{H} = \frac{H+1}{2} \sum_h \left(\frac{h}{H}\right)^2 = \frac{(H+1)(2H+1)}{6H}, \sum_h \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \frac{(H+1)^2}{4H}, \sum_h \left(\frac{h}{H}\right)^4 = \frac{(3H^2+3H-1)(2H+1)(H+1)}{30H^3}$$

整理上式, 从而可以得到

$$\Phi_{a,j} = \frac{180H^3}{(3H^2+3H+2)(H+2)(1-H)} \times [Z_a - \frac{2(2H+1)(3H^2+3H-1)}{15H^2(H+1)} Z_b] \quad (20)$$

$$\Phi_{b,j} = \frac{120(2H+1)H^3}{(3H^2+3H+2)(H+2)(H+1)(H-1)} \times [Z_a - \frac{3(H+1)}{2(2H+1)} Z_b] \quad (21)$$

因此, 可得

$$x_s(\eta_{0j} + \Delta t_j) = x_s(\eta_{0j} + T_s \delta_j) = (I + \Phi_{a,j} \delta_j + \Phi_{b,j} \delta_j^2) x_s(\eta_{0j}) \delta_j^2 + u_{k,j} + (\Phi_{a,j} A_j^{-1} B_j \delta_j + \Phi_{b,j} A_j^{-1} B_j \delta_j^2) u_{k,j} \quad (22)$$

其中  $Z_a, Z_b$  包含了  $e^{A_j \Delta t_j}$  的真实值  $Z_j(\eta)$ ,  $e^{A_j \Delta t_j}$  用帕德近似多项式来近似<sup>[4]</sup>, 即令  $e^{A_j \Delta t_j} = A_q / B_q = Z_j(\eta)$ 。

其中:

$$A_q = \sum_{i=0}^q \frac{(2q-i)! q!}{2q! i! (q-i)!} (A_j \Delta t_j)^i$$

$$B_q = \sum_{i=0}^q \frac{(2q-i)! q!}{2q! i! (q-i)!} (-A_j \Delta t_j)^i$$

逆变器输出方程为:

$v_N = C_j x_s \eta + D_j u \eta \quad 1 \leq j \leq N$ , 类似于  $A_j, B_j, C_j, D_j$  为第  $j$  次拓扑电路的输出方程。 $C_j, D_j$  矩阵的维数为  $C_j (p \times n), D_j (p \times m)$ , 其中:  $n$  为换流器中状态变量的个数;  $m$  为输入电源的个数;  $p$  为电路中的节点数。在本文中选取电容电压和电感电流作为状态变量。

由输出方程得:

$$v_N = C_j x_s \eta + D_j u \eta = C_j [I + \Phi_{a,j} \delta_j + \Phi_{b,j} \delta_j^2] x_s(\eta_{0j}) + [\Phi_{a,j} A_j^{-1} B_j \delta_j + \Phi_{b,j} A_j^{-1} B_j \delta_j^2] u_{k,j} + D_j u \eta \quad (23)$$

### 3 PWM 三相逆变器状态空间方程

近年来多电平换流器技术得到了长足发展。日本长冈科技大学的 A Nabae 等人在 1980 年提出了二极管中点钳位式 (Neutral Point Clamped, NPC) 换

流器。NPC 结构的出现为高压大容量电压型换流器的发展开辟了一条新思路。如图 1 所示为 NPC 三电平换流器的拓扑结构图。换流器有三相 (A、B、C) 6 个支臂, 每个支臂由两个 IGBT 串联组成,  $S_{mX}$  ( $m=1, 2, 3, 4, X=A, B, C$ ) 分别对应三相中的 IGBT 开关。直流电源接两个电容分压, 电容电压中点通过 6 个钳位二极管与 6 个支臂的中间连接起来。每相包括 2 个钳位二极管, 4 个 IGBT 和 4 个反并联续流二极管。

作出如下假设: ①理想阀元件, 开和关瞬时完成, 正向漏电流为 0; ②各桥臂上的参数 (电阻、电抗) 平衡, 变压器阻抗已折算到桥臂阻抗上; ③系统中交流侧的电压为工频正弦波, 电压电流满足三相平衡条件。将  $i, v, s$  简写为  $i, v$  和  $s$ , 则可得逆变器的时域表达式为:

$$\begin{cases} v_{SA} = S_{PA} v_{dcU} - S_{NA} v_{dcL} - \frac{v_{dcU}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{PJ} + \frac{v_{dcL}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{NJ} \\ v_{SB} = S_{PB} v_{dcU} - S_{NB} v_{dcL} - \frac{v_{dcU}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{PJ} + \frac{v_{dcL}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{NJ} \\ v_{SC} = S_{PC} v_{dcU} - S_{NC} v_{dcL} - \frac{v_{dcU}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{PJ} + \frac{v_{dcL}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{NJ} \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} L_A \frac{di_A}{dt} = -r_A i_A + v_{mA} - S_{PA} v_{dcU} + S_{NA} v_{dcL} + \frac{v_{dcU}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{PJ} - \frac{v_{dcL}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{NJ} \\ L_B \frac{di_B}{dt} = -r_B i_B + v_{mB} - S_{PB} v_{dcU} + S_{NB} v_{dcL} + \frac{v_{dcU}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{PJ} - \frac{v_{dcL}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{NJ} \\ L_C \frac{di_C}{dt} = -r_C i_C + v_{mC} - S_{PC} v_{dcU} + S_{NC} v_{dcL} + \frac{v_{dcU}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{PJ} - \frac{v_{dcL}}{3} \sum_{j=A'B'C} S_{NJ} \end{cases} \quad (25)$$

其中:  $S_{PA}, S_{NA}, S_{OA}$  为 A 相对应的三种开关状态, 为 A 相的等效开关函数, 且满足:

$$S_{PA} + S_{NA} + S_{OA} = 1$$

同样,  $S_{PB}, S_{NB}, S_{OB}, S_{PC}, S_{NC}, S_{OC}$  分别为 B、C 相的等效开关函数。

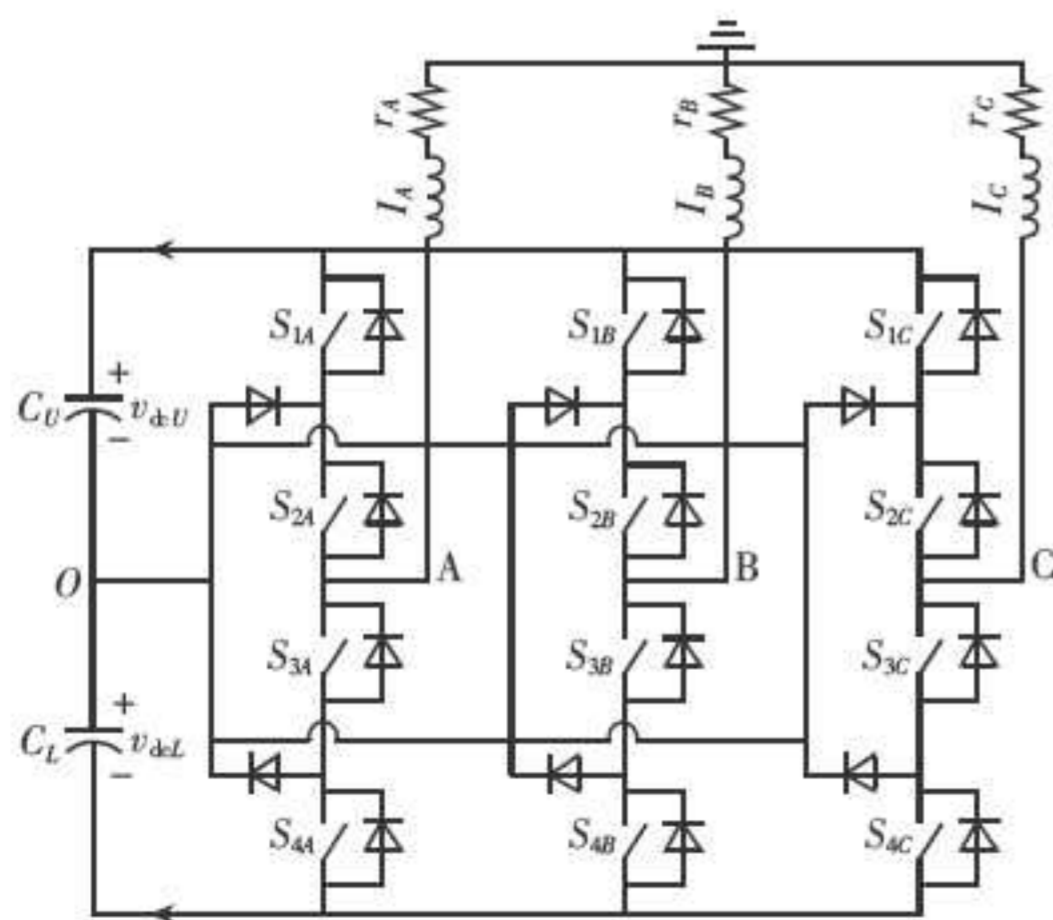


图 1 三电平逆变器简化图

### 4 实验结果

对三相 PWM 逆变器的系统模型, 利用准状态空间分析法进行分析, 实现系统的仿真, 从而验证模型的可靠性。仿真参数如下, 直流输入电压为 200 V, 滤波电感  $L_a, L_b, L_c$  均为 0.05 mH, 滤波电容  $C_f$  为 4  $\mu$ F, 逆变器开关频率为 15.6 kHz, a、b、c 三相分别挂接有一个单相纯阻负载, 阻值为 5  $\Omega$ 。则逆变器 A 相输出电压如图 2 所示, 其中 a 为准状态空间表达式的仿真曲线, b 为用泰勒级数二阶近似的建模方法的仿真曲线。

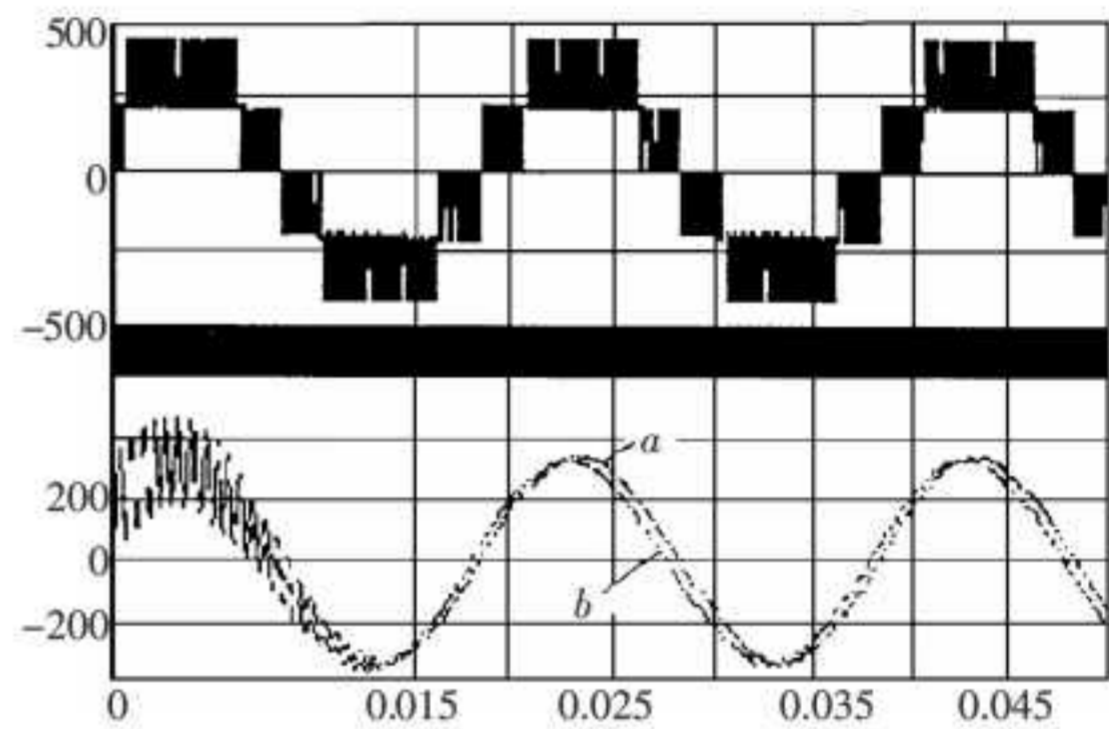


图 2 逆变器输出电压和负载电压

从图 2 可以看出, 准状态空间法建立的模型精确度比较高, 基本符合要求。

### 5 结论

本文基于准多项式近似建模法, 建立了三相逆变器的模型, 并在 MATLAB 中实现了零状态响应和负载突变动态响应的仿真, 表明了模型的有效性。

同时, 本文所得的结果还有很多问题值得深入研究, 例如如何更有效地选择状态转移矩阵的真实值, 及利用新模型进一步分析系统特性并对控制器进行设计等。

参考文献:

[1] 汤涌. 电力系统数字仿真技术的现状与发展 [J]. 电力系统自动化, 2002, 26 (17): 66-70.  
 [2] 马西奎等. 电力电子电路与系统中的复杂行为研究综述 [J]. 电工技术学报, 2006, 21 (12).  
 [3] Quadratic State-Space Modeling Technique for Analysis and Simulation of Power Electronic Converters [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1999, 14 (6).  
 [4] Gole A M, Albert Keri, Nwankpa C, et al. Guidelines for Modeling Power Electronics in Electric Power Engineering Applications [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1997, 12 (3): 505-514.

收稿日期: 2008-04-08