

逆变器 SHEPWM 的数学模型及其开关角计算方法

石 媛, 李明勇, 胡传西, 方华松

(中国船舶重工集团公司第七一二研究所, 湖北 武汉 430064)

摘 要: 为了使 SHEPWM 技术能得到更好的应用, 本文对特定消谐技术的基本问题进行了深入分析与研究, 针对双极性电压型逆变器和单极性电压型逆变器分别建立了 2 种不同的 SHEPWM 的数学模型, 并在此基础上研究了特定消谐非线性方程组的计算方法及初值的选取, 从而总结出在取适当初值的情况下采用同伦牛顿算法可以使特定消谐方程组在大范围内快速收敛于精确解, 最后通过仿真验证其正确性。

关键词: 特定消谐; 非线性方程组; 电压型逆变器

中图分类号: TM56; O24 **文献标识码:** A

文章编号: 1672-7649(2010)08-0203-04 **DOI:** 10.3404/j.issn.1672-7649.2010.08.043

Research of mathematical model and switching angle's computational method of inverter with SHEPWM

SHI Yuan, LI Ming-yong, HU Chuan-xi, FANG Hua-song

(The 712 Research Institute of CSIC, Wuhan 430064, China)

Abstract: For better and broader application of SHEPWM technology, the fundamental problems of SHEPWM is analyzed and studied in this paper. Two kinds of different SHEPWM mathematical model respectively aimed at unipolar voltage source inverter and bipolar source inverter are founded. And based on that, the computational method and choice of initial value of selective harmonic eliminated nonlinear equations are researched. The conclusion is that adopting Newton-Homotopy arithmetic with appropriate initial value can make selective harmonic eliminated nonlinear equations achieve accurate solution rapidly in large-scale. Finally the validity of the computational result is verified through simulation.

Key words: elective harmonic eliminated; nonlinear equations; voltage source inverter

0 引 言

随着电力电子技术的发展及“绿色电子”成为电力电子装置的发展趋势, 以抑制谐波为主要目的, 各种 PWM 控制策略得到不断发展。其中特定消谐 PWM 技术, 即 SHEPWM 技术因具有诸多优点自 20 世纪 70 年代被美国密苏里大学的 H. S. Parelt 和 R. G. Hoft 提出^[1-2] 就引起人们极大的兴趣和关注, 特定消谐 PWM 技术现已被称为优化 PWM 技术或最优

PWM 技术。与其他 PWM 技术相比, 特定消谐 PWM 技术具有输出波形质量好、功率开关管的开关频率低、开关损耗小、电压利用率高以及可实现特定优化目标等独特的优点^[3]。然而, 由于特定消谐方程组是非线性的超越方程, 其初值选取困难, 求解过程复杂, 收敛性差, 该方程组的实时求解成为特定消谐技术应用中的一个瓶颈^[4]。本文拟对特定消谐技术的基本问题进行深入分析与研究, 以使其得到更好地应用。

1 SHEPWM 的数学模型

特定消谐技术是通过开关时刻的优化选择消除特定的低阶谐波。在特定消谐技术中,首先是根据人为设计的逆变器输出波形的特点及拟消除谐波的次数和个数来建立输出波形的数学模型,然后由数学模型求解开关角以得到所希望的输出波形,从而达到使逆变器的输出波形中不含拟消除次数及个数谐波的目的。这里以最常见、应用最广泛的电压型逆变器为研究对象,建立特定消谐技术的数学模型。

一相输出电压波形存在如图 1(a)~(b)和图 2(a)~(b)4 种情况。其中图 1 是双极性输出电压波形,图 2 是单极性输出电压波形, E 为直流母线电压的一半。可以看出,这 4 个波形有如下共同特点:四分之一一个周期内有 N 个开关时刻,即 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$,且在 $[0, \pi]$ 区间以 $\pi/2$ 为轴对称,在 $[0, 2\pi]$ 区间以 π 点为点对称。即逆变器输出电压波形既是奇函数,又是奇谐函数。对于单相电压型逆变器,这 4 个波形为其输出电压波形。对于三相电压型逆变器,这 4 个波形为 A 相输出电压波形, B 相和 C 相波形相似,只需将 A 相波形移相 120° 和 240° 即可得到。

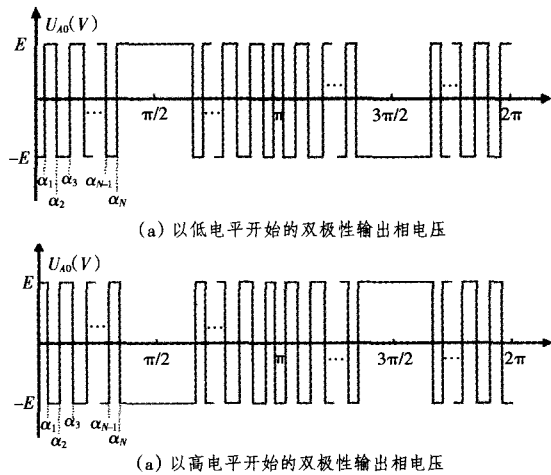


图 1 双极性输出相电压波形
Fig. 1 Bipolar phase voltage output waveform

对图 1 和图 2 的波形进行傅立叶分析,可分别得其傅立叶系数。式(1)对应图 1(a),式(2)对应图 1(b),式(3)对应图 2(a),式(4)对应图 2(b)。

$$\begin{cases} b_n = 0, n = 1, 2, 3, \dots, \\ a_n = 0, n = 2, 4, 6, \dots, \\ a_n = -\frac{4E}{n\pi} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^N (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right], \\ n = 1, 3, 5, \dots; \end{cases} \quad (1)$$

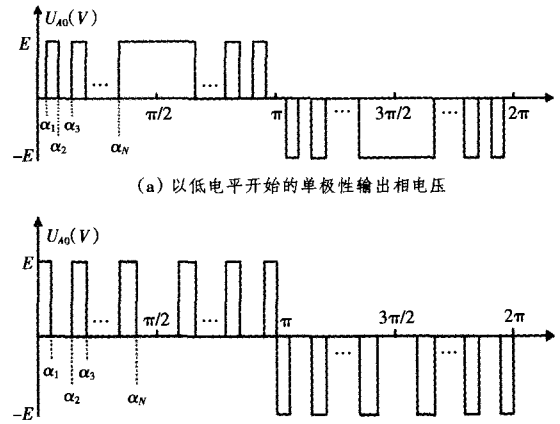


图 2 单极性输出相电压波形

Fig. 2 Unipolar phase voltage output waveform

$$\begin{cases} b_n = 0, n = 1, 2, 3, \dots, \\ a_n = 0, n = 2, 4, 6, \dots, \\ a_n = \frac{4E}{n\pi} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^N (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right], \\ n = 1, 3, 5, \dots; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} b_n = 0, n = 1, 2, 3, \dots, \\ a_n = 0, n = 2, 4, 6, \dots, \\ a_n = \frac{4E}{n\pi} \sum_{k=1}^N (-1)^k \cos(n\alpha_k), n = 1, 3, 5, \dots; \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} b_n = 0, n = 1, 2, 3, \dots, \\ a_n = 0, n = 2, 4, 6, \dots, \\ a_n = \frac{4E}{n\pi} \sum_{k=1}^N [1 + (-1)^k \cos(n\alpha_k)], \\ n = 1, 3, 5, \dots. \end{cases} \quad (4)$$

式中: α_k 为 $[0, \pi/2]$ 区间内的 N 个开关角中的第 k 个开关角; n 为基波和各次谐波的次数。如果令 q 为选定的基波幅值(为表示方便,进行幅值归一化处理,即令 $E = 1$),令其他 $N - 1$ 个低阶的高次谐波的幅值为 0,则有:

$$\begin{cases} a_1 = q, \\ a_n = 0 (n = 3, 5, 7, \dots). \end{cases} \quad (5)$$

对于三相对称系统,三的整数倍次谐波因同相而被自动消除。因此,谐波次数 n 只有是非三的整数倍的奇数才有意义,即:

$$\begin{cases} a_1 = q, \\ a_n = 0 (n = 5, 7, 11, \dots). \end{cases} \quad (6)$$

式(5)即为单相电压型逆变器的特定消谐方程组,式(6)即为三相电压型逆变器的特定消谐方程组。在式(5)和式(6)中,分别有 N 个独立变量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_N$,最多可消除 $N - 1$ 个低次谐波。 m 为可消除谐波的最大次数。在式(5)中, $m = 2N - 1$;在

式(6)中,当 N 为奇数时, $m = 3N - 2$, 当 N 为偶数时, $m = 3N - 1$ 。求解特定消谐方程组,分别得到 1 组在 $[0, \pi/2]$ 区间内的脉冲波开关角,再由输出波形的奇谐对称性,可以求得整个周期内的开关角位置。采用这组开关角控制逆变器,其输出 PWM 波形保证了基波幅值为规定的数值,同时也使 $N - 1$ 个指定阶次的谐波幅值为 0。开关角应满足:

$$0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_N < \frac{\pi}{2} \quad (7)$$

2 开关角计算方法的研究

从上一节可以看出,求解特定消谐方程组非线性只能用数值方法。传统的求解方法是牛顿迭代法,牛顿迭代法是超线性收敛,只具有局部收敛性。当迭代初值 α^0 距方程的解 α^* 足够近时,迭代序列可快速收敛于 α^* ,且运算结果精度很高。但如果初值 α^0 选取不合适,就会导致求解速度降低,甚至不收敛。所以该方法对初值的选取要求很高。实际上,要靠近解 α^* 的初始近似 α^0 往往是困难的。为解决这一问题,文献[5]采用同伦算法来求解特定消谐方程组。同伦算法具有大范围内收敛的特点,且对初值不敏感,理论上对任意给定初值都能使迭代收敛,但是迭代步数较小时,计算结果不够准确。因此文献[6]采用同伦牛顿法来求解特定消谐方程组,即将牛顿算法和同伦算法结合,相互取长补短。这样就克服了牛顿迭代算法收敛域窄和同伦算法计算结果不够准确地缺点,从而使计算在大范围内快速收敛于精确解。

尽管理论上牛顿同伦算法对初值没有严格要求,即对任意初值都能收敛,但如果初值选取不当,会导致计算次数增加,延长求解时间,甚至导致不收敛。而选取适当的初值会加快收敛速度,缩短求解时间。所以即使采用同伦算法,也有必要研究初值的选取。

对于单相逆变器,随着开关角个数 N 的增大,第 1 个开关角的初值 α_1 呈指数函数分布,即

$$\alpha_1 = A \cdot N^B \quad (8)$$

表 1 待定系数 A, B 的值

待定系数	$N = 2 \sim 8$	$N = 9 \sim 22$	$N = 23 \sim 79$
A	64.0505	74.3804	84.7723
B	-0.8321	-0.9375	-0.9871

其他开关角的初值是等间隔分布的,即:

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_2}{2} = \dots = \frac{\alpha_k}{k} = \dots = \frac{\alpha_N}{N} \quad (9)$$

以上初值给定规律在 $q = 0.1 \sim 1.0$ 范围内对任

意整数 N 都很实用。

当 $N = 8, q = 0.9$ 时,通过式(8)和式(9)计算出的初值为:

$$x^0 = [11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88]。$$

利用该初值进行牛顿迭代,从第 2 节的分析可得,对应双极性和单极性输出的开关角度共有 4 种情况,求得的开关角度分别如表 2 所示。其中 m 为同伦迭代的次数, n 为牛顿迭代的次数。

表 2 开关角度与迭代次数

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	m	n
图 1(a)	9.1285	21.3170	27.5595	42.8159	46.5833	65.0168	66.9960	89.3666	2	3
图 1(b)	10.6495	18.2991	32.0246	36.9619	53.7614	56.5294	76.8387	78.2938	2	3
图 2(a)	16.0634	21.3982	32.4922	42.9384	49.7584	65.0386	68.7284	88.7851	2	2
图 2(b)	5.7926	23.1359	31.1343	40.4108	53.4015	58.6152	76.4994	79.3042	2	3

对于三相双极性逆变器来说,经过分析与计算,得到以下初值给定规律在 $q = 0.1 \sim 1.15$ 范围内都很实用。

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 60/2N, \\ \alpha_k &= \alpha_1 + 60(k-1)/N, \\ k &= 2, 3, 4, \dots, N. \end{aligned} \quad (10)$$

通过计算发现(见表 3),图 1(a)情况下采用奇数个开关角,图 1(b)情况下采用偶数个开关角时能使方程组迭代求解的收敛性增强。至于开关角个数 N 的奇偶性问题,实际上这 2 种情况下的数学模型本身对 N 的奇偶性没有要求。所以对于三相双极性逆变器来说,输出相电压波形与图 1(a)对应时,开关角个数一般取奇数,输出相电压波形与图 1(b)对应时,开关角个数一般取偶数。表中 m 为同伦迭代的次数, n 为牛顿迭代的次数。

表 3 不同 N 值的收敛性比较

	$N = 9$	$N = 10$	$N = 13$	$N = 16$	$N = 17$	$N = 19$	$N = 20$
图 1(a)	$m=1, n=4$	不收敛	$m=1, n=4$	不收敛	$m=1, n=4$	$m=1, n=4$	不收敛
图 1(b)	不收敛	$m=1, n=2$	不收敛	$m=1, n=3$	不收敛	不收敛	$m=1, n=2$

由此可见,在给定适当的初值的情况下,采用同伦牛顿算法求解特定消谐方程组,具有收敛范围宽和收敛速度快的优点,同时保证了求解结果的精确性。

3 仿真实验

对与图 1(a)对应的三相电压型逆变器,取 $N = 11, q = 0.9$,根据式(10)计算的初值为 $x^0 = [2.7; 8.2; 13.6; 19.1; 24.5; 30; 35.4; 41; 46.3; 51.8; 57.2]$ 。

采用同伦牛顿算法计算出的四分之一周期内的 11 个开关时刻为 [0.000331; 0.000605; 0.000868; 0.001198; 0.001410; 0.001789; 0.001962; 0.002382; 0.002527; 0.002974; 0.003105]。

然后根据 1 个周期内电压波形为奇函数且为奇谐函数的特性将四分之一周期内的开关时刻扩展至整个周期,用 Matlab 中的 s 函数产生相应的触发脉冲,得到 a 相电压波形的傅立叶分析的结果见图 3。

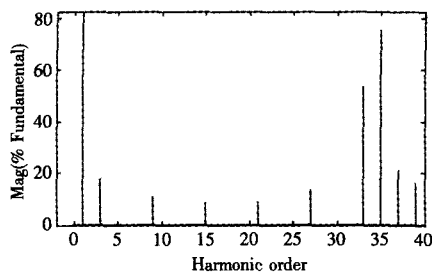


图 3 相电压波形傅立叶分析
Fig. 3 Fourier analysis of phase voltage

从图中可以看出,5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31 次谐波都被消除,达到了预期的效果,从而也验证了计算结果的正确性。

(上接第 195 页)

表 2 各种负载情况下实验波形与仿真波形的主要谐波含量

Tab. 2 The main harmonic components of measured and simulative currents under different conditions

		基波电流		三次谐波电流	
		幅值/A	功率因数	幅值/A	功率因数
空载	实验值	9.52	0.0817	4.21	0.0693
	仿真值	9.44	0.0920	4.19	0.0933
15.4 kW	实验值	14.57	0.7255	4.77	0.4146
	仿真值	14.55	0.7646	4.64	0.4284
23.2 kW	实验值	19.28	0.8231	5.35	0.5085
	仿真值	19.25	0.8654	5.19	0.5373

2) 在仿真分析的过程中发现,为了考虑实际电机中定转子之间的漏磁,必须对等效的气隙长度进行修正。对本例而言,修正后的气隙长度约为原电磁计算长度的 1.36 倍;

3) 仿真发现,步长的选择对仿真结果的正确性有较大影响,取值较大,有可能仿真结果不合理,取值较小,仿真时间较长。对于样机而言,仿真时长为 5 s,步长取为 1.0×10^{-4} s 时较为合理,仿真时间约 3 min,较之有限元分析软件在时间上存在较大的优越性;

4 结 语

1) 对应双极性电压型逆变器和单极性电压型逆变器分别有 2 种不同的特定消谐的数学模型,且对于三相双极性逆变器来说,特定消谐方程组的收敛性与四分之一周期内开关角个数的奇偶性有关。

2) 采用同伦牛顿算法求解特定消谐方程组,给定适当的初值,能在大范围内快速收敛于精确解。

参考文献:

- [1] PATEL H S, HOFT R G. Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters; part I—harmonic elimination[J]. IEEE. Trans. on I. A. . 1973, 9(3): 310 - 317.
- [2] PATEL H S, HOFT R G. Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters: part II—voltage control techniques[J]. IEEE. Trans. on I. A. , 1974, 10(5): 666 - 673.
- [3] 李勇东. 脉宽调制 (PWM) 技术——回顾、现状及展望[J]. 电气传动, 1996, 26(3): 2 - 12.
- [4] 李治典, 周秦英. 实时求解特定消谐方程组的新算法[J]. 西北工业大学学报, 2004, 22(1): 37 - 40.
- [5] 谢运祥, 周炼. 逆变器消谐 PWM 模型的同伦算法研究[J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(10): 23 - 26.
- [6] 丁小松, 李治典, 周秦英. SHEPWM 技术应用研究[J]. 测控技术, 2003, 22(8): 51 - 54.

4) 模型的建立是基于一定的理想假设条件, 比如气隙均匀化、参数线性化, 而实际电机常常存在一定程度的饱和。因此, 这一模型对于实际电机的仿真存在一定局限性, 适用于电机饱和不严重的情况。

参考文献:

- [1] TOLIYAT H A, LIPO T A, WHITE J C. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications. I. Motor analysis [J]. IEEE Trans. Energy Conversion, 1991, (6): 679 - 683.
- [2] TOLIYAT H A, LIPO T A, WHITE J C. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications. II. Motor design and performance [J]. IEEE Trans. Energy Conversion, 1991, (6): 684 - 692.
- [3] LYRA R O C, LIPO T A. Torque density improvement in a six-phase induction motor with third harmonic current injection [J]. IEEE Trans. on Industry Application, 2002, 38(2): 1351 - 1360.
- [4] 辜承林. 机电动力系统分析 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2006. 144 - 188.
- [5] 王凤翔. 交流电机的非正弦供电 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1997. 112 - 158.
- [6] 高景德, 王祥珩, 李发海, 等. 交流电机及其系统的分析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005. 423 - 427.