

逢甲大學  
光電物理研究所碩士班  
碩士論文

二極體雷射無調制穩頻於鈷譜線之研究  
Modulation-free Frequency Stabilization of  
Diode Lasers to the Saturated Absorption of  
Rubidium using Acousto-Optic Modulator

研究生：彭康偉

指導教授：周哲仲博士

中華民國九十三年七月

## 致謝

終於熬過了兩年碩士生涯，懷著不捨與感謝，非常感謝林泰生老師和指導教授周哲仲老師。尤其是周哲仲老師不辭辛勞的在課業上以及實驗上指導我，更讓我學習到做事應有的嚴謹態度，一切都需要佐證才能說出。另外感謝清華大學物理所的余怡德老師暑假期間對我的指導，以及清華的學長陳泳帆，同學蔡仁祥和劉昱辰實驗上的指導。並借予我們重要儀器，使我們實驗得以進行。另外感謝國科會支持我們的計畫。

還有陪伴我兩年的同學們，有超愛打壘球的朝坤，馬王志鴻，靜不下來的三人組文龍，建豪，和元隆，大好人英風，達叔，資料處理超強的雅惠，戀愛中的葛老，光黃，信蒼，美食專家炳宏，永遠的班代主恩，還有學弟信毅，看到你做的穩頻器便不時感動，彎都可說成直的學弟秋峰。另外感謝光電物理所的同仁們，不時提醒我傳真機要蓋好的亞欣，看到我就想到借電話的薛子，辛苦了，還有神勇欣偉，蔡爸爸，阿雪。

最後我要感謝我的家人，不斷鼓勵我，讓一直躲在台中的我感到溫暖，謝謝我親愛的家人。現在終於可以回家大聲說我回來了，跟爺爺，老爸聊天了，並吃到老媽令人感動的料理。還要感謝陪伴我走過這段期間的ㄟ，有妳在充實了我的生活。

## 二極體雷射無調制穩頻於鈷譜線之研究

研究生：彭康偉      指導教授：周哲仲

逢甲大學光電物理所

### 摘要

本論文中，我們結合飽和吸收光譜原理和差分光譜法(difference spectroscopy)，配合探測超精細譜線來作二極體雷射無調制穩頻之研究。用聲光調制器(acousto-optic modulator, AOM)產生一道紅位移和一道藍位移的光，同時打入鈷原子蒸氣室，並使兩道光循原路打回作飽和吸收，再將這兩個光訊號相減而得差分光譜。我們先利用理論推導出差分訊號與 AOM 頻率之關係，與實驗作驗證找出最佳 AOM 頻率與譜線之飽和吸收半高全寬比值為  $1/\sqrt{12}$ 。並利用  $^{85}\text{Rb}$  ( $5S_{1/2}, F' = 2 \rightarrow 5S_{3/2}, F=1, 2, 3$ ) 的超精細譜線當作頻率參考，找出其半高全寬約為 152 MHz，得到最佳實驗參數為 AOM 頻率約 42.5 MHz。但因二極體雷射線寬過大，以至於在吸收時產生高頻雜訊，而無法順利達成穩頻。最後提出幾種改善高頻雜訊的方式，作為研究穩頻之參考。

關鍵字：聲光調制器，無調制穩頻，差分光譜法

Modulation-free Frequency Stabilization of Diode Lasers to the Saturated Absorption of Rubidium using Acousto-Optic Modulator

Student :Peng Kang Wei

Advisor : Dr. Che-Chung Chou

Institute of Optical Physics, Feng-Chia University

Abstract

In this thesis, we combined the difference spectroscopy and the saturation spectroscopy to realize a modulation-free frequency stabilization scheme for diode lasers. A red-shifted and a blue-shifted laser beams generated from an acousto-optic modulator (AOM) passed through the Rubidium cell back and forth. Then their photocurrent were subtracted to get the difference spectrum. By deducing the relationship between the difference signal and the AOM frequency from this theory, we conclude that the best ratio of the AOM frequency and the full width at half maximum (FWHM) is  $1/\sqrt{12}$ . In case of the hyperfine transition of  $^{85}\text{Rb}$  ( $5S_{1/2}, F'=2 \rightarrow 5S_{3/2}, F=1,2,3$ ), we found that its FWHM is about 152 MHz. Hence, the best experiment parameter of AOM frequency is 42.5 MHz. However, the FWHM of our diode laser is too large. A high frequency noise was observed in the slowly scanned difference spectrum. Due to this noise, we could not make a frequency stabilization. Finally, we proposed some methods to avoid the high frequency noise.

Keyword : acousto-optic modulator, modulation-free frequency stabilization, saturation spectroscopy, difference spectroscopy

## 目錄

誌謝	i
中文摘要	ii
英文摘要	iii
目錄	iv
圖表目錄	vi
第一章、簡介	1
1.1 二極體雷射穩頻	1
1.2 調制與無調制差分光譜法之差異	2
1.3 章節概述	6
第二章、原理	7
2.1 鈷原子的能階架構	7
2.2 譜線增寬原理	10
2.3 飽和吸收光譜原理	14
2.4 二極體雷射穩頻	16
2.5 用 AOM 作無調制差分光譜	18
2.6 差分訊號譜線高度寬度與 AOM 頻率之關係	24
第三章、實驗架構	27

3.1 前言	27
3.2 實驗裝置	27
3.3 雷射控制盒電路設計	30
第四章、實驗結果	32
4.1 測試 AOM 繞射效率	32
4.2 觀察吸收光譜與飽和吸收光譜	34
4.3 AOM 頻率對差分訊號的影響	37
4.4 利用穩頻器測試無調制差分光譜穩頻	45
第五章、結論	48
參考文獻	50
 圖目錄	
圖 1.1 吸收譜線示意圖	2
圖 1.2 調制光譜法	4
圖 1.3 調制與解調過程	4
圖 2.1 調制與解調過程	8
圖 2.2 穩頻結果圖 a:鈷 D1 譜線的單趟吸收;b:鈷 D2 譜線的飽和吸收; c:鈷 D2 譜線的單趟吸收;d:鈷 D2 譜線的飽和吸收	9
圖 2.3 Rb 的能階圖，圖中 $F'$ =基態 $F$ =激發態	10

圖 2.4 半高全寬示意圖	11
圖 2.5 飽和吸收光譜圖，a)為上能階與下能階之能階躍遷情況；b)為 $\nu_z$ 分量的原子對躍遷的原子數；c)為探測光束對不同頻率的吸收情況	15
圖 2.6 穩頻架構圖	17
圖 2.7 微分訊號圖	18
圖 2.8 利用 AOM 作無調制之示意圖	19
圖 2.9 調制差分光譜法之示意圖	19
圖 2.10 差分光譜訊號簡圖	21
圖 2.11 不同 AOM 頻率對差分訊號斜率關係圖，斜率最大值時 AOM 頻率約為譜線寬之 0.289 倍	23
圖 2.12 AOM 頻率對譜線寬度 $\Delta\nu_{pp}$ 關係圖	26
圖 2.13 AOM 頻率對譜線強度 $S_{pp}$ 關係圖	26
圖 3.1 實驗架構圖	29
圖 3.2 雷射控制盒之電路設計	31
圖 4.1 第一次過 AOM 之光功率關係圖	33
圖 4.2 第二次過 AOM 之光功率關係圖	34
圖 4.3 單趟吸收的結果，掃頻範圍約 13.8 GHz	35

圖 4.4(a)(b)(c) 大範圍飽和吸收的結果，(a)為正一階訊號 (REFERENCE)；(b)為負一階訊號(SIGNAL)；(c)為相減後，而三圖掃頻範圍約 12 GHz	36
圖 4.5 掃頻範圍縮小所掃到的 a、b 兩譜線，掃頻範圍約 6 GHz	37
圖 4.6 AOM 頻率對各能階功率作圖	39
圖 4.7 在 AOM 頻率 30.3 MHz 時同時觀察負一階訊號和差分訊號，掃頻範圍約 0.66 GHz	40
圖 4.8 飽和凹陷之實驗值與擬合值關係圖	40
圖 4.9 不同 AOM 頻率對差分訊號峰到峰大小( $S_{pp}$ )關係圖	42
圖 4.10 不同 AOM 頻率對差分譜線 $\Delta\nu_{pp}$ 關係圖	43
圖 4.11 AOM 頻率對差分訊號斜率關係圖	44
圖 4.12(a)(b)(c) 圖(a)為用 2.4 GHz/s 的掃動速度觀察；圖(b)為用 0.48 GHz/s 掃動速度觀察；圖(c)為用 0.024 GHz/s 掃動速度觀察	47
圖 5.1 BLUE SKY Research 的 Laser diode 簡圖	49
圖 5.2 將訊號送至 Bias-Tee 抑制高頻雜訊簡圖	50

## 表目錄

表 1.1 列舉調制幾種調制光譜法與無調制光譜法	6
表 4.1 各 AOM 頻率所對應的正一階、負一階、及正一加負一階 Power	



	39
表 4.2 飽和凹陷擬合結果	41
表 4.3 AOM 頻率對差分訊號峰到峰大小( $S_{pp}$ )關係擬合結果	42
表 4.4 不同 AOM 頻率對差分譜線 $\Delta v_{pp}$ 關係擬合結果	43
表 4.5 AOM 頻率對差分訊號斜率關係擬合結果	44
表 4.6 實驗上所得到的各項參數值，包括飽和凹陷半高全寬、 $\Delta v_{pp}$ 、 $S_{pp}$ 以及斜率	45



## 第一章、簡介

### 1.1 二極體雷射穩頻

自從 1970 年成功的發展出連續式(CW)二極體雷射[1]，開始了二極體雷射穩頻之研究。隨著光纖通訊、原子分子物理、光感測、精密量測、長度標準甚至時間標準上的發展，都需要頻率穩定的光源。而且穩頻二極體雷射也被應用到微波標準，例如:6.8 GHz 微波頻率的高穩定度鈷原子鐘被使用在微波通訊系統，全球定位系統(GPS) [2]等等。

一般參考頻率的來源有麥克森干涉儀、光學共振腔及原子或分子吸收光譜。本實驗選用鈷原子的超精細結構當作參考訊號，因其優點為有較強的吸收與飽和吸收、線寬窄、再現率高且易於控制，再利用穩頻電路形成 Rb 原子穩頻雷射，便可廣泛的用於科學上的研究，例如雷射冷卻[3]，Rb 原子鐘[4]。所以利用一套簡易的系統建立高穩定度光源時有其必要。本實驗室前屆學長成功的利用聲光調制器(AOM: acousto-optic modulator)，來達成無調制差分光譜法觀察都卜勒增寬之乙炔吸收，並對雷射鎖頻，其相對穩定度為  $3.5 \times 10^{-9}$  [5]；以本論文則希望能利用無調制差分光譜法，配合飽和吸收光譜法，來探測鈷原子的超精細譜線(其線寬約為 30 MHz)，以達到更高的二極體雷射穩定度。

## 1.2 調制與無調制差分光譜法穩頻之差異

穩頻需要一個參考頻率，而這參考頻率通常是原子或分子的吸收譜線中心頻率，吸收譜線通常是如圖 1.1 的偶函數，其中心頻率為  $\nu_0$ ，

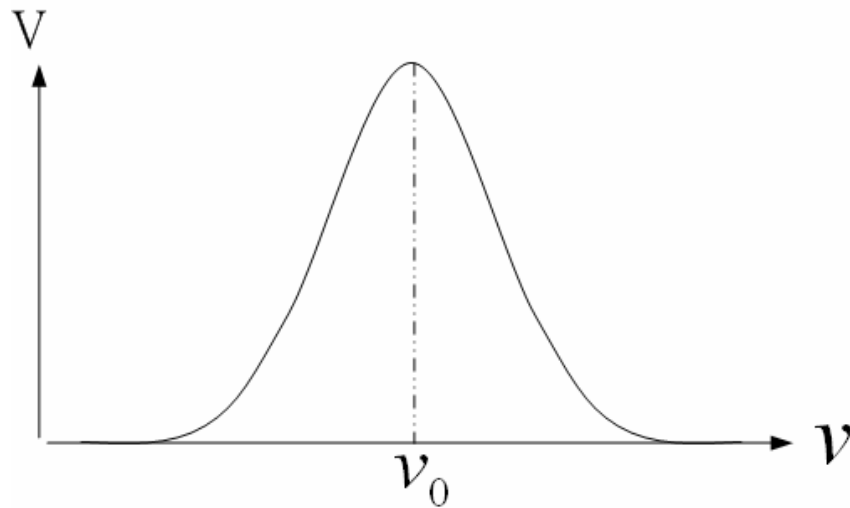


圖 1.1 吸收譜線示意圖。

而穩頻需要利用雷射頻率與吸收中心頻率間的頻率差轉換成電壓差，再將此電壓差送至雷射控制器來修正雷射頻率到吸收中心頻率。但偶函數無法去辨析當雷射頻率與吸收中心頻率產生頻率差時，其變化為正或負。所以需要利用某些方式將偶函數轉成奇函數，例如轉成近似一階微分訊號，以便雷射控制盒能辨析當雷射頻率與吸收中心頻率產生頻率差時，電壓該往正或負修正。接下來介紹調制光譜法和無調制差分光譜法兩種微分訊號的轉換方式。

圖 1.2 說明了調制光譜法。圖 1.2 中雷射光經過頻率調制器調制後，

帶有一週期性的調制訊號，經過吸收室後，部分光被氣體所吸收，之後打入光偵測器將光訊號轉為電訊號，所得到的訊號如圖 1.3(a)的吸收訊號，B 點為吸收中心頻率。最後將調制訊號和吸收訊號同時送至鎖相放大器作解調，解調後的微分訊號如圖 1.3(e)。

接著由圖 1.3(a)的吸收訊號，取其 ABC 三點來說明調制和解調，在 A 點附近的吸收訊號因為受到了弦波調制，所以在 A 點當頻率隨弦波往右變大時，電壓值也變大，反之當其頻率隨弦波往左變小時，電壓值也變小，所以在 A 點附近電壓隨時間的變化如圖(b)之訊號為一弦波變化；同理在 B 點附近因為弦波的調制，無論其向左或向右電壓值均變小，所以 B 點附近電壓隨時間的變化可視為如圖(c)所示之訊號；C 點則恰好跟 A 點相反，所以電壓隨時間之變化如圖(d)所示。

將調制後的吸收訊號和調制訊號同時送進鎖相放大器，鎖相放大器內會將調制訊號轉成方波再利用相位靈敏偵測器將調制後的吸收訊號和方波相乘，最後得到的輸出訊號經過低通濾波器取其平均輸出值，所得到的如圖(e)的 ABC 三點。所以只要將吸收訊號上的每一點，經過調制後，再利用上述方式解調，最後就會得到如圖 1.3(e)之微分訊號。

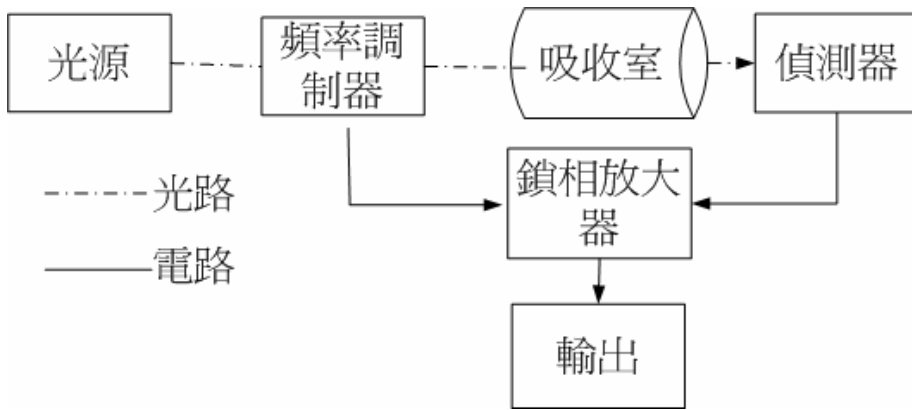


圖 1.2 調制光譜法。

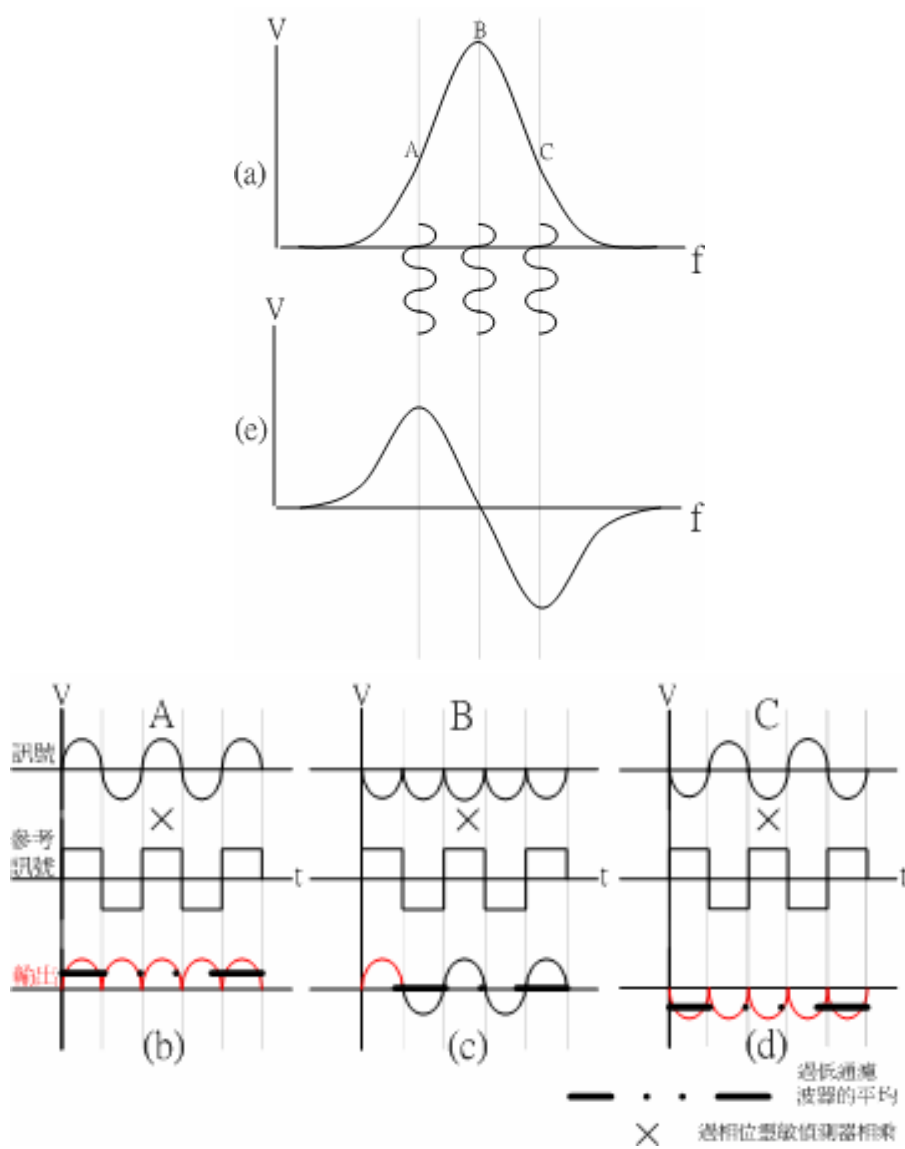


圖 1.3(a)~(e) 調制與解調過程。

而無調制主要是利用差異光譜法。利用聲光調制器或其他儀器同時得到紅位移(向低頻平移)和藍位移(向高頻平移)，再將兩訊號相減，而得到類似微分的訊號，而其理論將在 2.5 節作說明。所以無論調制或無調制都是為了得到微分或類似微分的訊號，再將雷射頻率穩在微分訊號的中心零點以達到穩頻的效果。

表 1.1 列舉了幾種調制和無調制的方式，其中利用 AOM 作無調制差分光譜法是利用兩個 AOM 來達成紅位移和藍位移的效果[11]。由表中可知我們可以利用各種不同的光學方法將吸收訊號轉成微分訊號或類似微分的訊號。

無調制的好處是只需利用光學的方式來達成紅位移和藍位移，架構簡單且無須外加調制以避免產生額外的雜訊，又可達到與調制相同的穩頻效果。

調制光譜法	無調制差分光譜法
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Zeeman 作頻率調制[6]</li> <li>● AOM 作頻率調制[7]</li> <li>● 相位調制器作相位調制 [8]</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Velocity-Selective Saturation Spectroscopy[9]</li> <li>● Light-induced birefringence [10]</li> <li>● AOM 做飽和吸收光譜[11]</li> </ul>

表 1.1 列舉調制幾種調制光譜法與無調制光譜法。

### 1.3 章節概述

論文從第二章介紹本實驗室所用來當參考頻率的氣體之能階結構，譜線受到哪些增寬因素，探測超精細譜線的方法，實驗上所採用的方式，它的原理及計算，以及二極體雷射穩頻的基本理論。第三章則說明實驗架構，穩頻控制器的設計及製作。第四章則分析理論上的最佳參數與實驗所得到的結果作對照比較，找出最佳實驗參數，以及穩頻所得到的結果。第五章則為結論，最後為參考資料。

## 第二章、原理

### 2.1 鈷原子能階架構

當一個電子撞擊放電管內的原子時，受到撞擊的原子會輻射出一系列特定的躍遷頻率或波長的電磁波。所以，原子的能階躍遷從微波頻率到可見光頻率這樣寬廣的頻率範圍都可提供很好的頻率參考。而鹼金屬族原子和氫原子具有類似簡單的 $[X]s^1$ 結構，在合理的低溫下有很高的蒸氣壓，因此吸收強易於實驗上之量測，常以它超精細能階間的躍遷頻率作為雷射頻率的頻率參考，尤其是鈷和銫。

自然界的鈷有兩種穩定的同位素， $^{85}\text{Rb}$  和  $^{87}\text{Rb}$ ，比例為 72.7 % 和 27.3 %。由經驗公式[12]

$$\log_{10} P = A - B/T + CT + D \log_{10} T \quad (2.1.1)$$

其中 P 單位為 Torr 的壓力數；T 單位 K 的絕對溫度數值。在絕對溫度小於 312 K 時，其 A 數值為 -94.04826，B 數值為 1961.258，C 數值為 -0.03771687，D 數值為 42.57526。假設實驗時溫度約為 298 K，所得到的飽和蒸氣壓約為  $3 \times 10^{-7}$  torr，所對應的原子密度約為  $10^{10} \text{ cm}^{-3}$ 。鈷原子蒸氣壓非常靈敏，每一度 K 約改變 6~11%，所以實驗時要注意環境溫度的控制。

在 1982 年，Tsuchida 等人首先嘗試用鈷原子  $^{85}\text{Rb}$ -D2 譜線吸收當做參



考頻率來作雷射穩頻[13]，到了1988年，Sato等人用鉀原子的D1, D2 譜線吸收與飽和吸收當參考頻率來作穩頻，所得到的單趟吸收與飽和吸收如圖 2.1[14]。

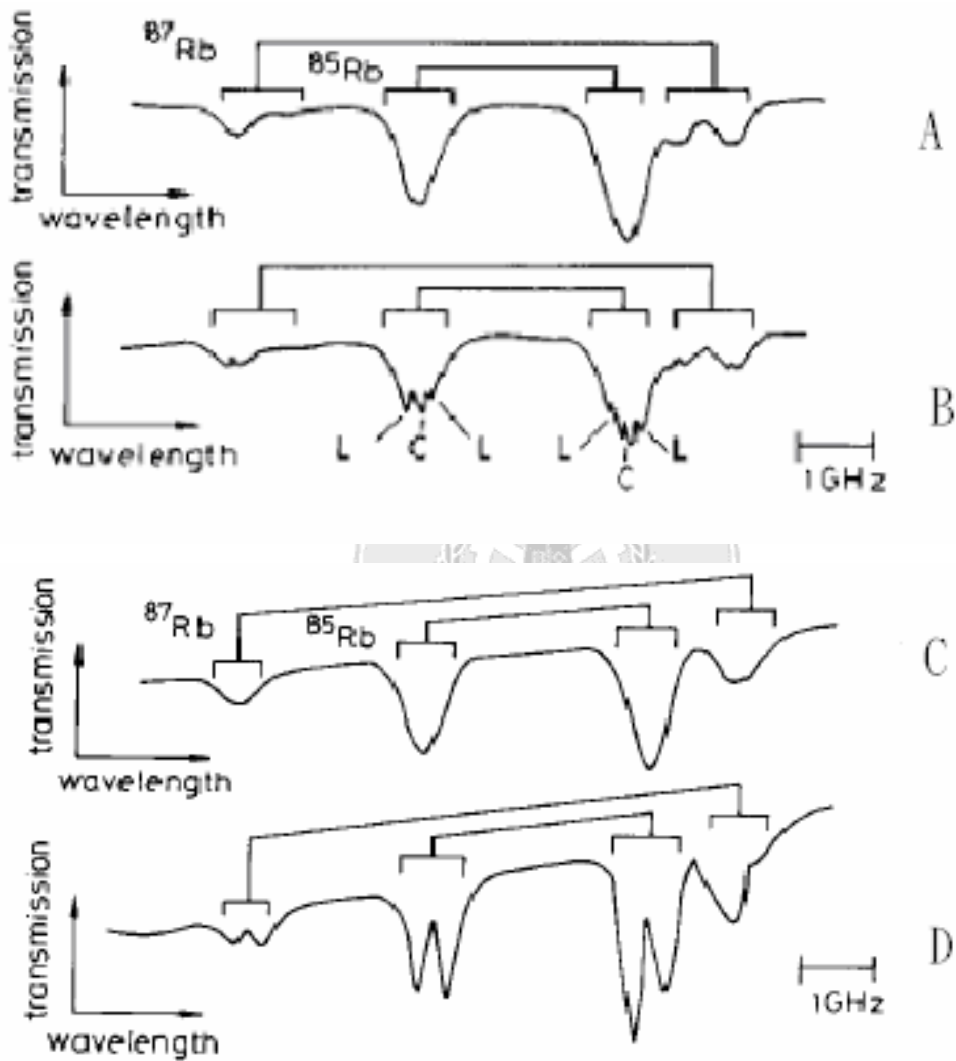


圖 2.1 A-鉀原子 D1 譜線的單趟吸收；B-鉀原子 D1 譜線的飽和吸收；C-鉀原子 D2 譜線的單趟吸收；D-鉀原子 D2 譜線的飽和吸收[14]。

由圖 2.1 中可知鉀原子 D2 譜線的飽和吸收很強。之後 Sato 研究群更利用鉀原子 D1 和 D2 譜線的單趟吸收與飽和吸收來做穩頻得到結果如

圖 2.2。[14]

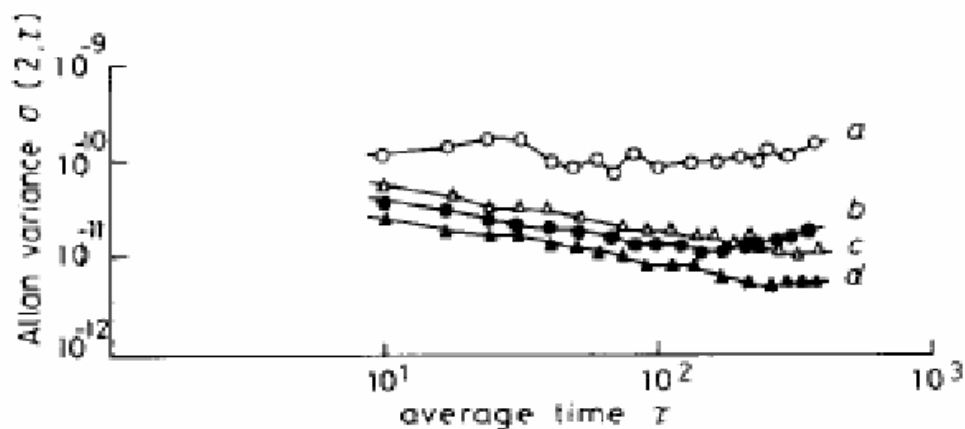


圖 2.2 穩頻結果圖 a:鈷 D1 譜線的單趟吸收；b:鈷 D2 譜線的飽和吸收；c:鈷 D2 譜線的單趟吸收；d:鈷 D2 譜線的飽和吸收[14]。

圖中的 allan vareance 表示頻率的變動程度，公式為[15]

$$\sigma^2(2, \tau) = \langle (y_{k+1} - y_k)^2 / 2 \rangle \quad (2.1.2)$$

$y_k$  為 k 時間時的實驗值， $y_{k+1}$  為 k+1 時間時的實驗值，亦即取等時間間隔的實驗值，所得到的頻率變動情況。由圖 2.2 可知 d 組數據的頻率變動程度最小，可知鈷原子的 D2 譜線比鈷原子的 D1 譜線更適合用來當作穩頻的參考。

接著用圖 2.3 的能階圖來說明鈷原子的 D1 和 D2 譜線。其中由  $5S_{1/2}$  到  $5P_{3/2}$  的躍遷頻率叫 D2 譜線，而由  $5S_{1/2}$  到  $5P_{1/2}$  的躍遷頻率叫 D1 譜線，實際上 D1 譜線有八條譜線，而 D2 譜線有十二條譜線。皆由原子核自旋角動量 I 所引起的能階分裂，又稱做超精細結構(hyperfine

structure)。所以我們希望能利用鉀原子 D2 譜線超精細結構中的其中一條譜線，當做頻率參考來達成無調制差分光譜法穩頻。

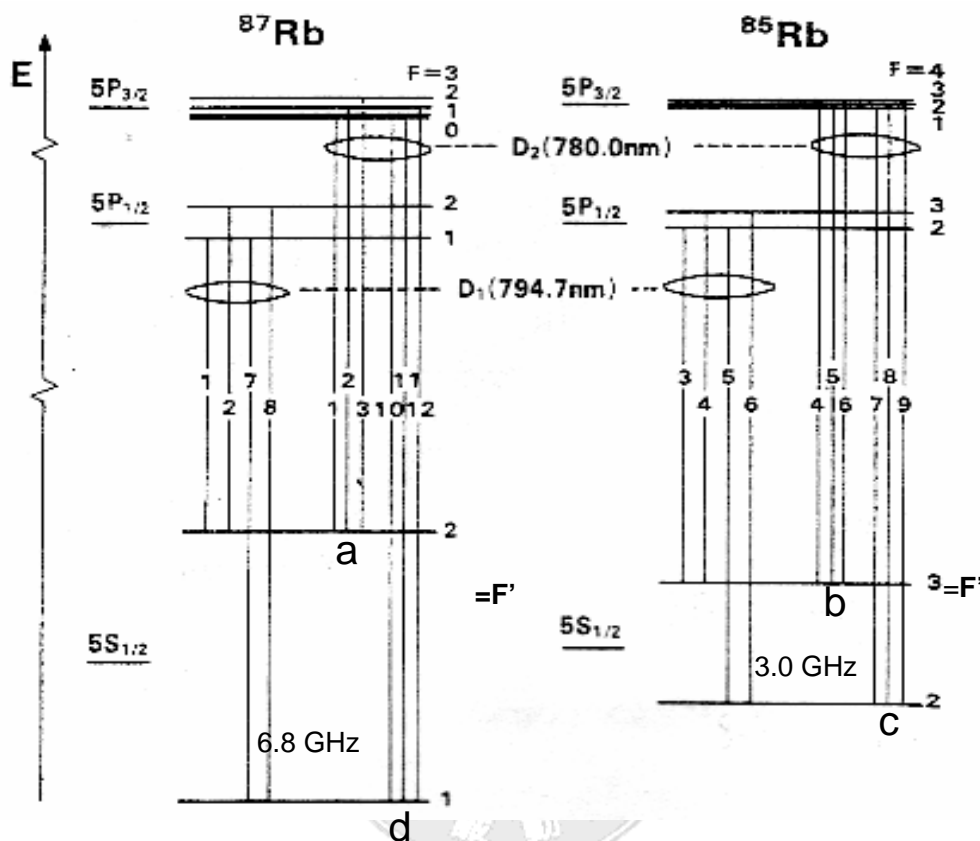


圖 2.3 Rb 的能階圖，圖中 F' = 基態 F = 激發態 [16]。

## 2.2 譜線增寬原理

當原子或分子吸收雷射光或其他能量，使其從低能階躍遷到高能階，或從高能階躍遷到低能階而釋放能量，使得電子的電偶極改變並符合躍遷選擇定律時，其吸收或放射的光譜中心頻率為

$$\omega_0 = \frac{\Delta E}{\hbar} \quad \text{或} \quad \nu_0 = \frac{\Delta E}{h} \quad \Delta E = E_f - E_i \quad (2.2.1)$$

$E_f$  為上能階的能量； $E_i$  為下能階的能量，實際上能階躍遷的頻率並不

是單一頻率，其躍遷機率隨頻率變化呈一頻譜輪廓。通常定義譜線寬度為躍遷機率降到一半時的頻率差值  $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ ，稱為半高全寬(FWHM)，如圖 2.4 為一放射光譜。

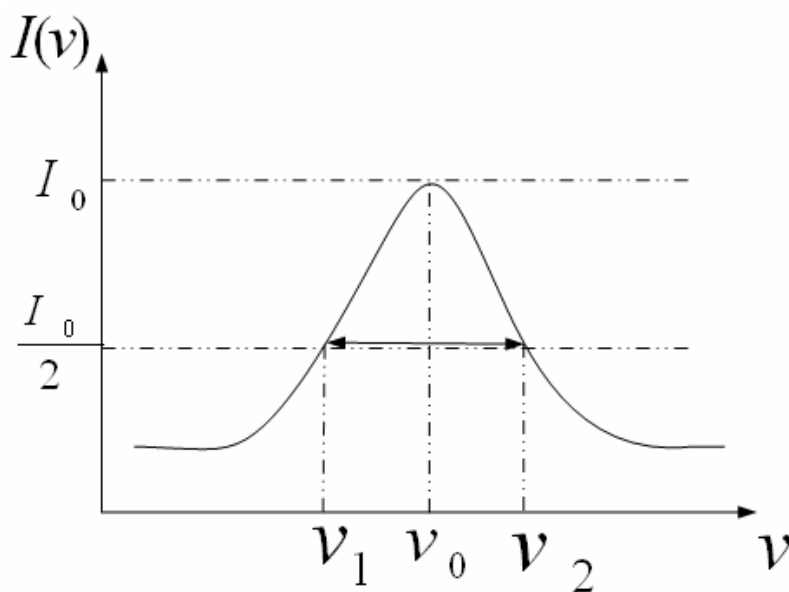


圖 2.4 半高全寬示意圖。

而譜線的輪廓，與原子或分子間之相對運動有關。當原子靜止時，其線寬為自然線寬，譜線輪廓成勞倫茲分佈；而當原子分子運動時，它的線寬有都普勒增寬、碰撞增寬、強度增寬等等，在以下略作說明。

### 2.2.1 自然增寬

現在考慮一個原子或分子，在吸收或自發輻射時，並不是一個無止境傳遞的能量，而是一個隨時間衰減的弦波。從時間  $t$  為零開始，所有的粒子被激發到受激態，其輻射出的電場強度隨時間  $t$  的變化為

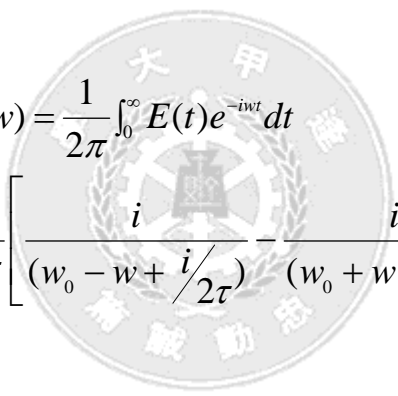
$$E(t) = \frac{E_0}{2} \left[ e^{i(\omega_0 + i/2\tau)t} + e^{-i(\omega_0 - i/2\tau)t} \right], \quad t > 0$$

$$E(t) = 0, \quad t < 0$$
(2.2-2)

$\tau$  為受激態的生命期， $\omega_0$  為電磁波頻率。為了找出訊號的頻率分佈，將 (2.2-2) 式作傅立葉轉換得到

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(t)e^{-i\omega t} dt$$
(2.2-3)

將積分上下限改為



$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} E(t)e^{-i\omega t} dt$$

$$= \frac{E_0}{4\pi} \left[ \frac{i}{(\omega_0 - \omega + i/2\tau)} - \frac{i}{(\omega_0 + \omega - i/2\tau)} \right]$$
(2.2-4)

所以強度變為

$$I(\omega) \propto |E(\omega)|^2 = E(\omega)E^*(\omega) \propto \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (1/2\tau)^2}$$

改寫為

$$I(\nu) \propto \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + (1/4\pi\tau)^2}$$
(2.2-5)

而半高全寬發生定義為強度強度為最大強度一半時的頻率寬度，如圖

2.4，可知當 $\left(\frac{1}{4\pi\tau}\right)^2 = (v_{\pm 1/2} - v_0)^2$ 時，強度會變成 $\frac{I(v)}{2}$ ，半高全寬為

$\Delta v = \frac{1}{2\pi\tau}$ ，所以(2.2-3)式變為

$$I(v) \propto \frac{1}{(v - v_0)^2 + (\Delta v/2)^2} \quad (2.2-6)$$

最後將(2.2-4)式歸一化後得到自然增寬的線形方程式為

$$g(v) = \frac{(2/\pi\Delta v)}{1 + \left[2(v - v_0)/\Delta v\right]^2} \quad (2.2-7)$$

這類型的線型稱作勞倫茲線型，而這類的增寬對每一個粒子都同樣的增寬機制，稱作均勻增寬。而同樣屬於均勻增寬的還有因粒子間相互碰撞所造成的碰撞增寬以及因為光強度上的差異所引起的強度增寬等等。其中強度增寬影響較大，其公式為[17]

$$\Delta v_p = \Delta v_L \sqrt{1 + I_v/I_s} \quad (2.2-8)$$

其中 $\Delta v_L$ 是自然線寬， $I_v$ 為該頻率時的光強度， $I_s$ 為氣體的飽和光強度。

由此可知當 $I_v > I_s$ 時，譜線會有增寬的效應。

## 2.2.2 都卜勒增寬

在一個氣室內的氣體，每一個氣體粒子的速度是隨機分佈的，如果我們將光行進的方向定為 $x$ 方向，對於 $+x$ 方向分量的原子或分子而言

，它所看到入射光的頻率為：

$$v = v_0 + \frac{v_x}{c} v_0 \quad (2.2-9)$$

， $c$  為入射光的速度， $v_x$  為  $+x$  方向分量的原子或分子速度。由原子或分子 Maxwell-Boltzman 速度分佈可知在絕對溫度  $T$ ，一個原子或分子質量  $m$  時，其分佈方程式為：

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left[ -\frac{m}{2kT} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \right]$$

其中  $\left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2}$  為歸一化後所提出的常數，而  $k$  為 Boltzman 常數

所以對於歸一化後的  $+x$  方向原子的速度分佈為：

$$f(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp \left[ -\frac{m v_x^2}{2kT} \right] \quad (2.2-10)$$

將(2.2-7)式代入(2.2-8)式整理後得到入射光被原子或分子吸收，其光強度隨頻率之譜線輪廓為：

$$g(v) \frac{c}{v_0} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp \left[ \left( -\frac{m}{2kT} \right) \left( \frac{c^2}{v_0^2} \right) (v - v_0)^2 \right] \quad (2.2-11)$$

而其半高全寬為

$$\Delta v_D = 2v_0 \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{Mc^2}} \quad (2.2-12)$$

由此可知只要氣體分子間有相對運動，就會產生都蔔勒增寬。對於鈷原子的吸收而言，其室溫的都卜勒增寬約有 502 MHz 的頻寬。

## 2.3 飽和吸收光譜原理

當兩條譜線間距離太近時，在都卜勒增寬下，將無法去辨析它們。例如在圖 2.3 鈷原子能階中的  $^{87}\text{Rb}$ ,  $5P_{3/2}$  中的超精細譜線 F 值為 3 及 2 的能階相差 266 MHz, 2 及 1 的能階相差 157 MHz, 1 及 0 的能階相差 70 MHz。這些超精細能階的間隔皆小於室溫下的都卜勒寬度，因此都卜勒增寬使得這些超精細譜線無法顯現出來。雖然如此，我們還是可以利用飽和吸收光譜的方式來將這些超精細譜線解析出來。

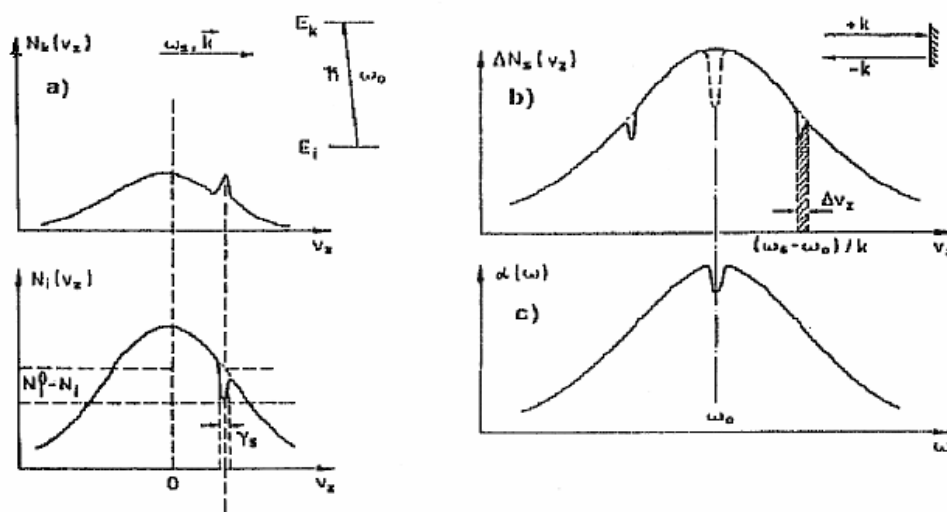


圖 2.5 飽和吸收光譜圖，a)為上能階與下能階之能階躍遷情況；b)為  $v_x$  分量的原子對躍遷的原子數；c)為探測光束對不同頻率的吸收情況 [17]。

由圖 2.5 來解釋飽和吸收光譜原理。假設入射光頻率  $\omega_s$  沿  $+k$  方向傳播，而  $+k$  方向等於  $+z$  方向。通過一氣室，將氣室內的原子分成三群來



討論，分別為 $\nu$ 對正 $\nu_z$ 方向有投影量， $\nu$ 對負 $\nu_z$ 方向有投影量以及其他無 $z$ 方向投影量的原子。圖 2.5(a)中下能階 $\nu$ 對正 $\nu_z$ 方向有投影量的原子群，看到以 $\omega_s$ 的頻率，而 $\omega_s$ 大於 $\omega_0$ ，朝 $+z$ 方向傳播的入射光，因為都卜勒效應

$$\omega_{\pm}(\nu) = \omega_s \left( 1 \mp \frac{\nu_z}{c} \right) \quad (2.3-1)$$

以為達到 $\omega_0$ 的躍遷頻率而躍遷到上能階，所以在下能階(圖 a 下的凹陷)一部分 $\nu$ 對正 $\nu_z$ 方向投影量的原子群躍遷到上能階(圖 a 上的凸起)去。

而在圖 2.5(b)中，用一個反射鏡使入射光循原路回來，也就是 $k = -z$ 方向，希望使入射光和反射光作用在同一群原子上。但對於 $\nu$ 對正 $\nu_z$ 方向這群原子而言，因為都卜勒效應的關係，以為看到入射光和反射光的頻率並不相同，所以兩道光無法同時作用在同一群 $\nu$ 對正 $\nu_z$ 方向的投影量的原子上。對於 $\nu$ 對負 $\nu_z$ 方向的投影量的原子群亦同。所以 $\nu_z$ 方向投影量等於零的這群原子，因為不受到都卜勒效應的影響，所以可以同時看到來回的兩道光，如圖 2.5(b)中間的凹陷。而在圖 2.5(c)是探測反射回來的光所得到的吸收隨頻率的變化，由圖中我們可知因為在 $\omega_0$ 的時候， $\nu_z$ 方向投影量等於零的這群原子的一大部分已經被入射光所吸收，所以看到反射光的吸收情況會有一個凹陷。

所以簡單的說，飽和吸收光譜原理就是利用一道較強的入射光，通常

稱作飽和光束(pump beam)，將氣室內的原子飽和，這時大部分 $v_z$ 方向投影量等於零的原子已經吸收飽和光束而躍遷到上能階，再利用觀察循原路回來較弱的探測光束(probe beam)的吸收情況，藉此將被都卜勒增寬所掩蓋掉的譜線顯現出來。

## 2.4 二極體雷射穩頻

二極體雷射通常都是利用一個溫控器和一個電流控制器以便控制輸出功率和輸出頻率，其所對應的變化程度 $\frac{\Delta\nu}{\Delta T}$ 約為十幾 $\text{GHz}/^\circ\text{C}$ 及 $\frac{\Delta\nu}{\Delta I}$ 約為 $1\sim 2\text{ GHz}/\text{mA}$ 。所以二極體雷射容易因為環境溫度或是電流源不穩而使頻率飄移。除了降低環境對雷射的影響外，更希望能利用一套簡單的系統來提高頻率的穩定度。圖 2.6 為雷射的穩頻系統架構簡圖，雷射經過一個頻率參考裝置，以取得相對於參考頻率偏移量的訊號，而頻率參考裝置的選取通常選用重複率高的吸收訊號，或是共振腔的輸出訊號。以本實驗來說是利用無調制的方式產生類似微分的訊號，利用微分訊號的零點當作參考點，如圖 2.7，再送至雷射控制盒。當光頻率改變時，控制盒會辨析雷射頻率和微分訊號零點的電壓差，並以此當作是一個誤差訊號傳至穩頻器。因為是利用電壓差來當做誤差訊號送至穩頻器作辨析，斜率等於 $\frac{\Delta V}{\Delta\nu}$ 代表斜率越大時，頻率些微的變化就可

有大的電壓反應，以便雷射控制盒能內的穩頻器能快速的讀取電壓差送回雷射，再用負回授將電壓差降至零來降低雷射的頻率飄移。

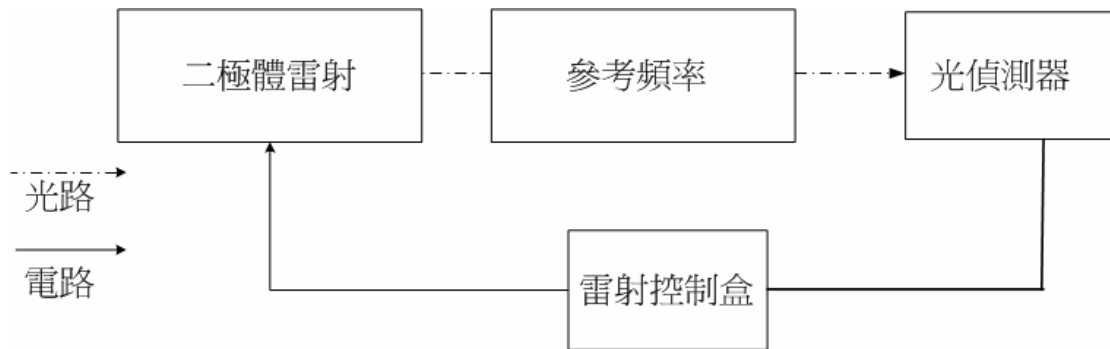


圖 2.6 穩頻架構圖。

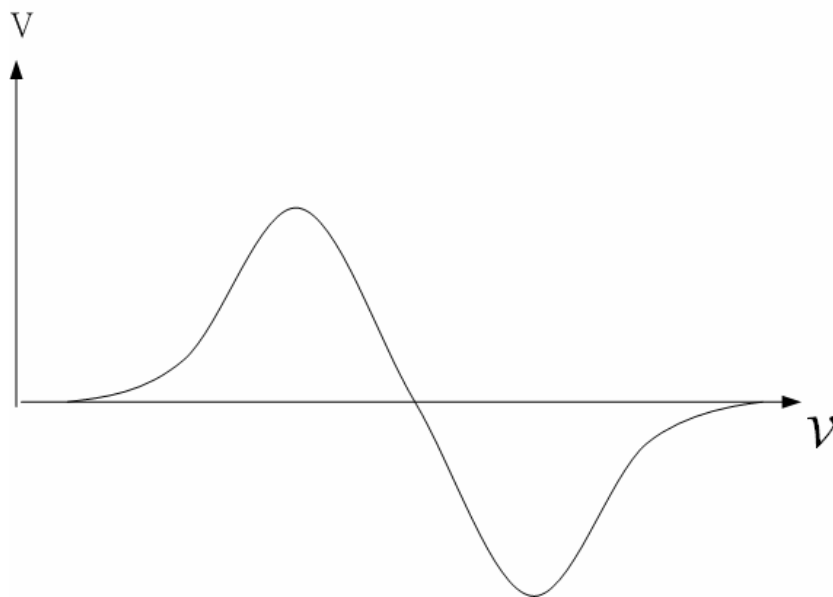
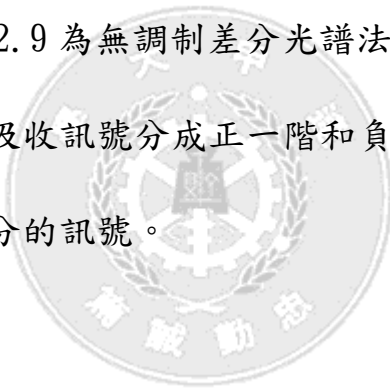


圖 2.7 微分訊號圖。

## 2.5 利用 AOM 作無調制差分光譜

我們利用聲光調制器(AOM-[acoustic-optics modulator])當作頻率偏移器，使光產生紅位移( $\nu - \Omega$ )和藍位移( $\nu + \Omega$ )兩道光，以作為無調制

差分光譜法的光源。方法如圖 2.8，雷射光通過一個 AOM 後，光被分成零階光(頻率為 $\nu$ )和正一階光(頻率為 $\nu+\Omega$ )。之後再利用反射鏡讓兩道光再次通過 AOM，產生正一階光(頻率為 $\nu+\Omega$ )和負一階光(頻率為 $\nu+\Omega$ )。由於正一階光頻率增加所以稱作藍位移，負一階光頻率減少稱作紅位移，使兩道光同時穿過吸收室作吸收。再利用一些方式將兩道光分開，再讓兩道光同時打入平衡式光偵測器(Balanced photodetector)。平衡式光偵測器會將兩道光訊號做相減，最後再利用示波器來作觀察。圖 2.9 為無調制差分光譜法之示意圖。從圖中可以看到利用 AOM 將原來的吸收訊號分成正一階和負一階兩道光，再將兩個光譜訊號相減成類似微分的訊號。



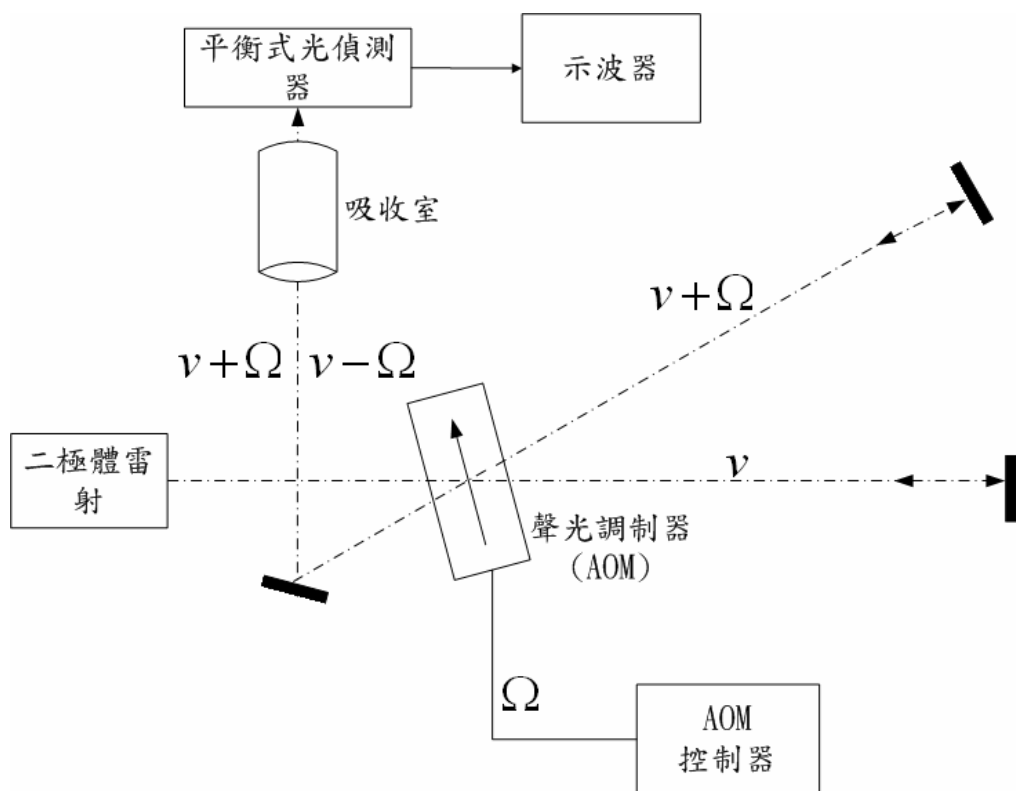


圖 2.8 利用 AOM 作無調制之示意圖。

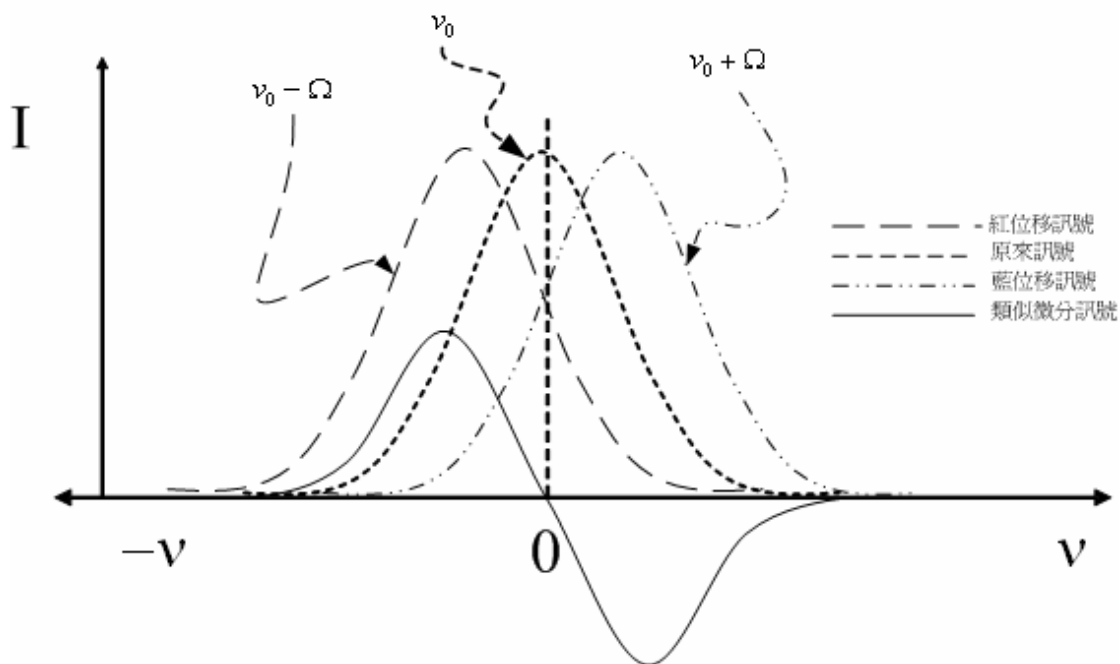


圖 2.9 無調制差分光譜法之示意圖。

接著我們將分析無調制差分光譜的原理。因為是用飽和吸收光譜，所以觀察到的是都卜勒增寬下的飽和凹陷，其譜線輪廓應為勞倫茲增寬，

所以由(2.2-6)式

$$\alpha(\nu) = \frac{\alpha_0}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2} \quad (2.5-1)$$

其中 $\alpha_0$ 是頻率為 $\nu_0$ 時之吸收。令

$$x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu}, \quad \delta = \frac{\Omega}{\Delta\nu}$$

則(2.5-1)式變為

$$\alpha(x) = \alpha_0 \frac{1}{(x)^2 + (1/2)^2} \quad (2.5-2)$$

現在因為我們利用 AOM 將入射光分成紅位移( $\nu - \Omega$ )和藍位移( $\nu + \Omega$ )兩道光同時打入氣室，再將其相減，所得到的差分光譜訊號為

$$S(x, \delta) = I_+[1 - \alpha(x + \delta)L] - I_-[1 - \alpha(x - \delta)L] \quad (2.5-3)$$

所得到的差分光譜訊號如圖 2.10。定義譜線寬度( $\Delta\nu_{pp}$ )為差分訊號最大值到最小值之頻率差，且譜線強度( $S_{pp}$ )為差分訊號對大值到最小值之強度差。

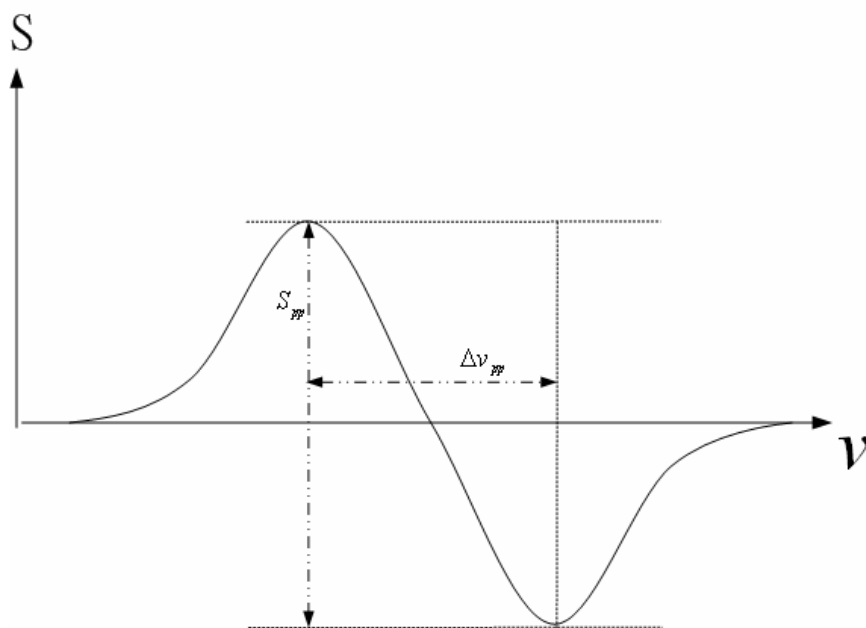


圖 2.10 差分光譜訊號簡圖。

接著我們希望知道微分訊號斜率對頻率之間的關係，所以將(2.5-3)作一次微分得到

$$\frac{\partial S}{\partial x} = -I_+ L \frac{\partial \alpha^+}{\partial x} + I_- L \frac{\partial \alpha^-}{\partial x} \quad (2.5-4)$$

其中  $\alpha(x \pm \delta) = \alpha^\pm$

但是對於穩頻而言，是希望能穩在  $\nu$  等於  $\nu_0$  的頻率上，也就是穩在  $x$  等於零處，所以希望能知道  $x$  等於零附近之斜率對其 AOM 頻率之關係。所以(2.5-4)改為

$$\left. \frac{\partial S}{\partial x} \right|_{x=0} = -I_+ L \left. \frac{\partial \alpha^+}{\partial x} \right|_{x=0} + I_- L \left. \frac{\partial \alpha^-}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (2.5-5)$$

因為勞倫茲函數為一偶函數

$$\Rightarrow \alpha(\delta) = \alpha(-\delta)$$

$$\begin{aligned}
 \text{又} \quad \frac{\partial \alpha^+}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \frac{\partial \alpha(x+\delta)}{\partial(x+\delta)} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \alpha(y)}{\partial y} \Big|_{y=+\delta} = \frac{d\alpha(+\delta)}{d\delta} \\
 \text{且} \quad \frac{\partial \alpha^-}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \frac{\partial \alpha(x-\delta)}{\partial(x-\delta)} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \alpha(y)}{\partial y} \Big|_{y=-\delta} = -\frac{d\alpha(+\delta)}{d\delta} \\
 &\Rightarrow \frac{\partial \alpha^-}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{\partial \alpha^+}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{d\alpha(\delta)}{d\delta} \tag{2.5-6}
 \end{aligned}$$

將(2.5-6)式代回(2.5-5)式得到

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial S}{\partial x} \Big|_{x=0} &= -(I_+ + I_-)L \frac{d\alpha(\delta)}{d\delta} \\
 &= -I_0 L \frac{d\alpha(\delta)}{d\delta} \\
 &= \frac{d}{d\delta} [I_0(1-\alpha(\delta)L)] \\
 &= \frac{d}{dx} [I_0(1-\alpha(x)L)] \Big|_{x=\delta} \tag{2.5-7}
 \end{aligned}$$

由(2.5-7)式知差分訊號中心點的斜率等於與吸收訊號中心頻率差 $\delta$ 時之吸收訊號斜率。圖 2.11 為將(2.5-7)式作圖，其中橫軸為 $\delta$ ，縱軸為 $\frac{\partial S}{\partial x} \Big|_{x=0}$ 。



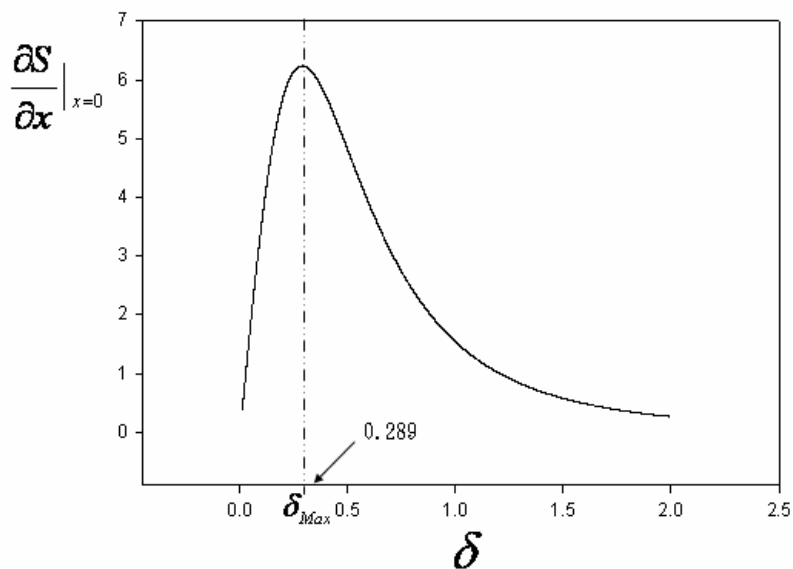


圖 2.11 不同 AOM 頻率對差分訊號斜率關係圖，斜率最大值時 AOM 頻率約為譜線寬之 0.289 倍。

之後我們希望能從理論推導出斜率最大時的 AOM 頻率，來與數值所模擬的解作比較。在實際的實驗所觀察到的差分訊號有一個二次式的背景，所以經過吸收後的兩道光強度因該修正為

$$I_+ = I_0[1 - \alpha(x + \delta)L + a(x + \delta)^2 + b(x - \delta) + c] \quad (2.5-8)$$

$$I_- = I_0[1 - \alpha(x - \delta)L + a(x + \delta)^2 + b(x - \delta) + c] \quad (2.5-9)$$

其中 a、b、c 為二次式之係數，而由光偵測器所接收到的兩道光相減後所得到的訊號修正為

$$S(x) = I_0 \left[ \frac{\alpha_0}{(x-\delta)^2 + 1/4} L - \frac{\alpha_0}{(x+\delta)^2 + 1/4} L + 4a\delta x + 2b\delta \right] \quad (2.5-10)$$

將(2.5-11)式作一次微分，以求得頻率與斜率之關係

$$S'(x) = I_0 \left\{ \frac{-2\alpha_0(x-\delta)}{[(x-\delta)^2 + 1/4]^2} L + \frac{2\alpha_0(x+\delta)}{[(x+\delta)^2 + 1/4]^2} L + 4a\delta \right\} \quad (2.5-11)$$

考慮差分訊號中心點附近的斜率，所以將(2.5-12)式取  $x$  等於零得

$$S'(0) = \left\{ \frac{4\alpha_0\delta}{[\delta^2 + 1/4]^2} L + 4a\delta \right\} \quad (2.5-12)$$

由(2.5-12)式我們知道差分訊號中心點附近的斜率會因 AOM 頻率所改變，所以為了求出斜率最大點之位置，我們將(2.5-12)式對 AOM 頻率作一次微分，來找出斜率最大時的 AOM 頻率

$$\begin{aligned} \frac{dS'(0)}{d\delta} &= \frac{-4\alpha_0[\delta^2 + 1/4]^2 + 4\alpha_0\delta \cdot 2[\delta^2 + 1/4] \cdot 2\delta}{[\delta^2 + 1/4]^4} + 4a \\ &= \frac{-4\alpha_0\{\delta^2 + 1/4\} - 4\delta^2}{[\delta^2 + 1/4]^3} + 2a = 0 \end{aligned} \quad (2.5-13)$$

考慮沒有二次式的背景時

$$[\delta^2 + 1/4] - 4\delta^2 = 0 \Rightarrow \delta = \pm 0.288675 \quad \text{負不合} \quad (2.5-14)$$

故當  $\delta = 0.288675$  時，差分訊號中心點附近之斜率為最大。

## 2.6 差分訊號譜線寬度高度與 AOM 頻率之關係

在圖 2.10 中我們定義了譜線寬度  $\Delta v_{pp}$  和譜線強度  $S_{pp}$ 。為了證明改變 AOM 頻率會影響差分訊號的  $\Delta v_{pp}$ ，所以利用(2.5-11)式頻率與斜率之關係來推算  $V_{pp}$  線寬與 AOM 頻率的關係。而推算過程中先忽略二次式背景所對它的影響，所以(2.5-11)式變為

$$S'(x) = \frac{-2\alpha_0(x+\delta)}{[(x+\delta)^2 + 1/4]^2} - \frac{2\alpha_0(x-\delta)}{[(x-\delta)^2 + 1/4]^2} \quad (2.6-1)$$

為了找出差分訊號  $\Delta v_{pp}$ ，須先求出  $S(x)$  為最大值時  $x$  的大小。令(2.6-1)式為零

$$\frac{2\alpha_0(x+\delta)}{[(x+\delta)^2 + 1/4]^2} = \frac{2\alpha_0(x-\delta)}{[(x-\delta)^2 + 1/4]^2} \quad (2.6-2)$$

經過一系列的代數運算後

$$\Rightarrow 3(x^2 - \delta^2)^2 + (4\delta^2 + \frac{1}{2})(x^2 - \delta^2) - \frac{1}{16} = 0$$

利用二次方程式解，

$$\Rightarrow x^2 - \delta^2 = \frac{-(4\delta^2 + 1/2) \pm \sqrt{(4\delta^2 + 1/2)^2 + 3/4}}{6}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{2\delta^2 - 1/2 \pm \sqrt{(4\delta^2 + 1/2)^2 + 3/4}}{6}, \text{ 負不合}$$

最後得到  $\Delta v_{pp}$  與 AOM 頻率之關係為

$$\Delta\nu_{pp} = 2x = 2\sqrt{\frac{2\delta^2 - 1/2 + \sqrt{(4\delta^2 + 1/2)^2 + 3/4}}{6}} \quad (2.6-3)$$

再將(2.6-3)式帶回(2.6-1)式可得到 AOM 頻率與  $S_{pp}$  之關係。圖 2.12 和圖 2.13 為 AOM 頻率與  $\Delta\nu_{pp}$ 、 $S_{pp}$  的關係。由(2.5-12)式與(2.6-3)式可知 AOM 頻率不但影響到斜率也影響到差分訊號的譜線寬度、高度。

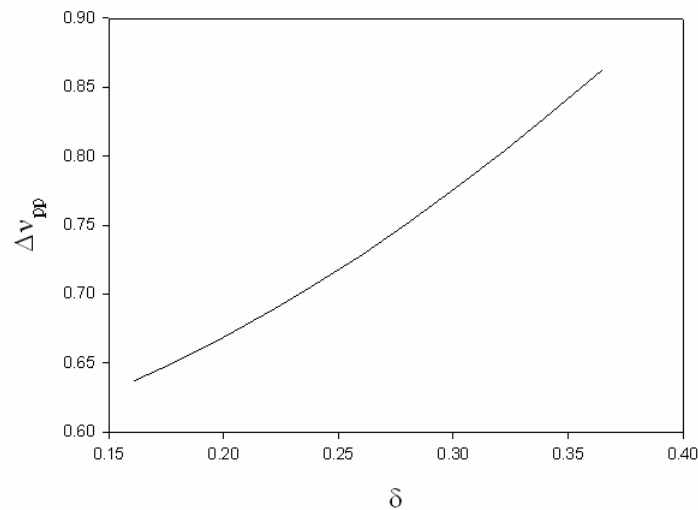


圖 2.12 AOM 頻率對譜線寬度  $\Delta\nu_{pp}$  關係圖。

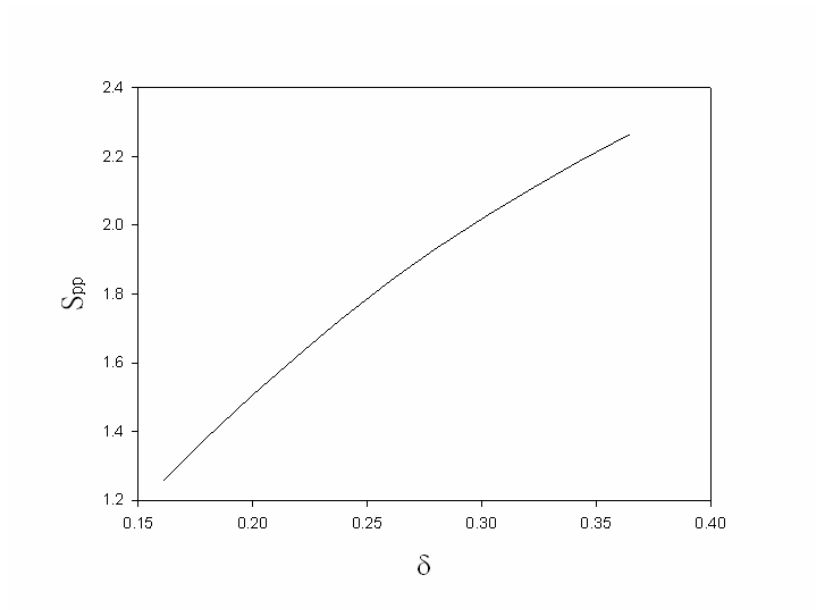


圖 2.13 AOM 頻率對譜線強度  $S_{pp}$  關係圖。



## 第三章、實驗架構

### 3.1 前言

利用 AOM 來達成無調制穩頻的方式不但架構簡單，省去了調制器和解調的儀器，而且不會有調制後所產生週期性的訊號的問題，方便於利用在各種科學上的研究或是精密測量。所以在這章節主要介紹我儀器的架設方式以及穩頻器的電路設計以及功用。

### 3.2 實驗架構

實驗架構如圖 3.1，我們以二極體雷射(diode laser，公司：Sanyo，型號：DL4140-001)當作光源，我們將其操作在溫度 10°C，電流 70 mA 時，其輸出功率為 14 mW。而其偏振平行於光學桌的 P 偏振，先經過一個光學隔絕器(OI: Optical isolator，公司：Optics For Research Caldwell，型號：IO-5-VNR-LP)以隔絕一些經過各種鏡面或晶體有可能反射回來的光來影響光源的穩定性，接著利用一個二分之一波片( $\lambda/2$ ：Half-wave plate)，用來控制通過的 P 偏振光強度。再經過一個偏振分光鏡(PBS：Polarization beam splitter)，其用途是將平行於光學桌的 P 偏振和垂直於光學桌的 S 偏振分開，分開的方向互相垂直。之後第一次通過聲光調制器(AOM：Acousto-Optics modulator，公司：IntraAction Corp.，型號：AOM-40N)，利用 AOM 驅動頻率所提供的聲

波頻率  $\Omega$ ，使光和聲波作用產生布拉格繞射，將光分成零階(頻率為  $\nu$ ) 和正一階繞射光(頻率為  $\nu + \Omega$ )，而其分光角度為

$$\theta_B = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{2n\Lambda}\right) \quad (3.1)$$

其中  $n$  為晶體之折射率； $\lambda$  為入射光波長； $\Lambda$  為聲波波長。零階的光( $\nu$ )先通過一個四分之一波片( $\lambda/4$  : Quarter-wave plate)使其從線偏振變為左圓偏振，再利用反射鏡(Mirror)M1 將光反射回來變為右圓偏振，再經過一次  $\lambda/4$  波片後變為 S 波。再次經過 AOM，此時零階光又會被分成循光源方向回去的零階光( $\nu$ )和往 M3 方向的負一階光( $\nu - \Omega$ )，此時兩道光皆為 S 偏振。零階光( $\nu$ )因 PBS 往垂直方向射出而不至於影響到光源。第一次通過 AOM 的正一階光先利用 M2 讓光循原路反射回來使之再經過一次 AOM，使正一階光( $\nu + \Omega$ )分成原來的正一階光( $\nu + \Omega$ )和正二階光( $\nu + 2\Omega$ )，正二階( $\nu + 2\Omega$ )的光循光源方向回去經由 OI 將光擋住不至於影響光源，而正一階光( $\nu + \Omega$ )也經由 M3 反射，而其偏振為 P 偏振。所以 M3 同時反射 P 偏振的正一階光( $\nu + \Omega$ )和 S 偏振的負一階光( $\nu - \Omega$ )光。為了要使打入鈷原子蒸氣室的兩道光強度相同，我們在第一次通過 AOM 的正一階光( $\nu + \Omega$ )的光路上加入中性光衰減片(NDF: Neutral density filter，公司：THORLABS，型號：NE01A)，使之衰減為原來的 0.79 倍，以便符合理論上的假設，和避免強度不同所帶來的誤差。由

M3 反射的光再經過一個 PBS 使 P 偏振穿透而 S 偏振垂直反射，利用 M4 使兩道光同時打入鈷原子蒸氣室作單趟吸收，再利用 M5 使兩道光循原路反射作飽和吸收。而其間加入一個  $\lambda/4$  使 S 偏振回來變成 P 偏振而直接穿過 PBS2；P 偏振變為 S 偏振而垂直反射，於是又重疊在一起。最後再經由一個 PBS3 將這兩道光分開，配合 M6 同時打入平衡式光偵測器 (BPD: Balanced photodetector, 公司: New Focus, 型號: 2007) 使兩道光之訊號相減，再將相減後的訊號轉成電訊號。同時將此信號送至數位示波器 (scope, 公司: Agilent, 型號: 54622A) 觀察差分訊號，及送至雷射控制盒以控制使雷射之輸出光頻率在差分訊號的中心點附近。

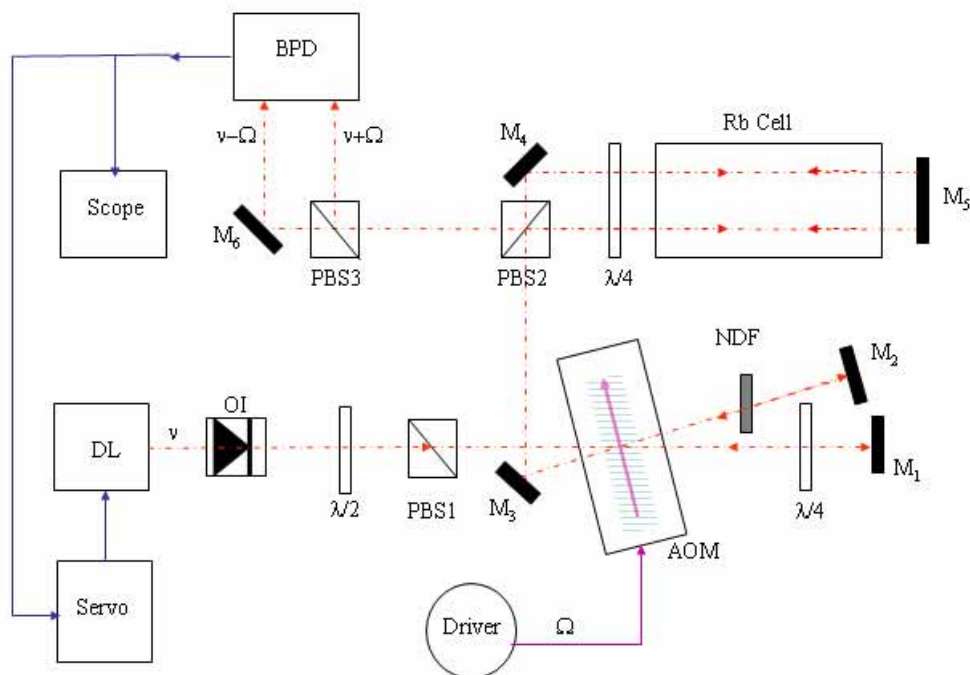




圖 3.1 實驗架構圖。DL:二極體雷射；OI:光隔絕器； $\lambda/2$ :二分之一波片；PBS:偏振分光鏡；M1~M6:反射鏡； $\lambda/4$ :四分之一波片；AOM:聲光調制器；Rb cell:鈷原子蒸氣室；BPD:平衡式光偵測器；Scope:數位示波器；Servo:雷射控制盒。

### 3.3 雷射控制盒電路設計

將 BPD 所得到的訊號送至自製的雷射控制盒，而雷射控制盒之電路設計如圖 3.2[15]，其功能以下略作說明。

。IC1 為一個 1 比 1 的放大器主要是因為我們輸入的訊號強度夠，不須作放大，所以可藉此當作緩衝器。IC2 及其下方的電路為一反向器。防止兩道相減的光因強度不同而產生偏移，利用 IC2 將偏移的背景調回零點。IC3 為一反相器，可藉由此調節相位。IC5 為一線性放大器 (Proportional Gain)，藉由調整精密電阻使震盪回復到穩定。IC4 為一積分器，藉由調整電阻值大小改變掃頻速度，電阻越大，積分越慢；電阻越小，積分越快。IC6 的主要功能是讓我們的掃頻範圍降至從正 0.4 V 到負 0.4 V，因為要掃到鈷原子 780 nm 附近的四條譜線所需要的總範圍 12 GHz，而 1 V 電壓轉換的範圍約 30 GHz，所以只須從零掃到 0.4 V 就可掃到全部範圍。IC6 後連一組 2 V 的基納二極體，限制送至雷射電流的電壓，避免因輸給雷射電流源電壓超過其上限而使其損壞。

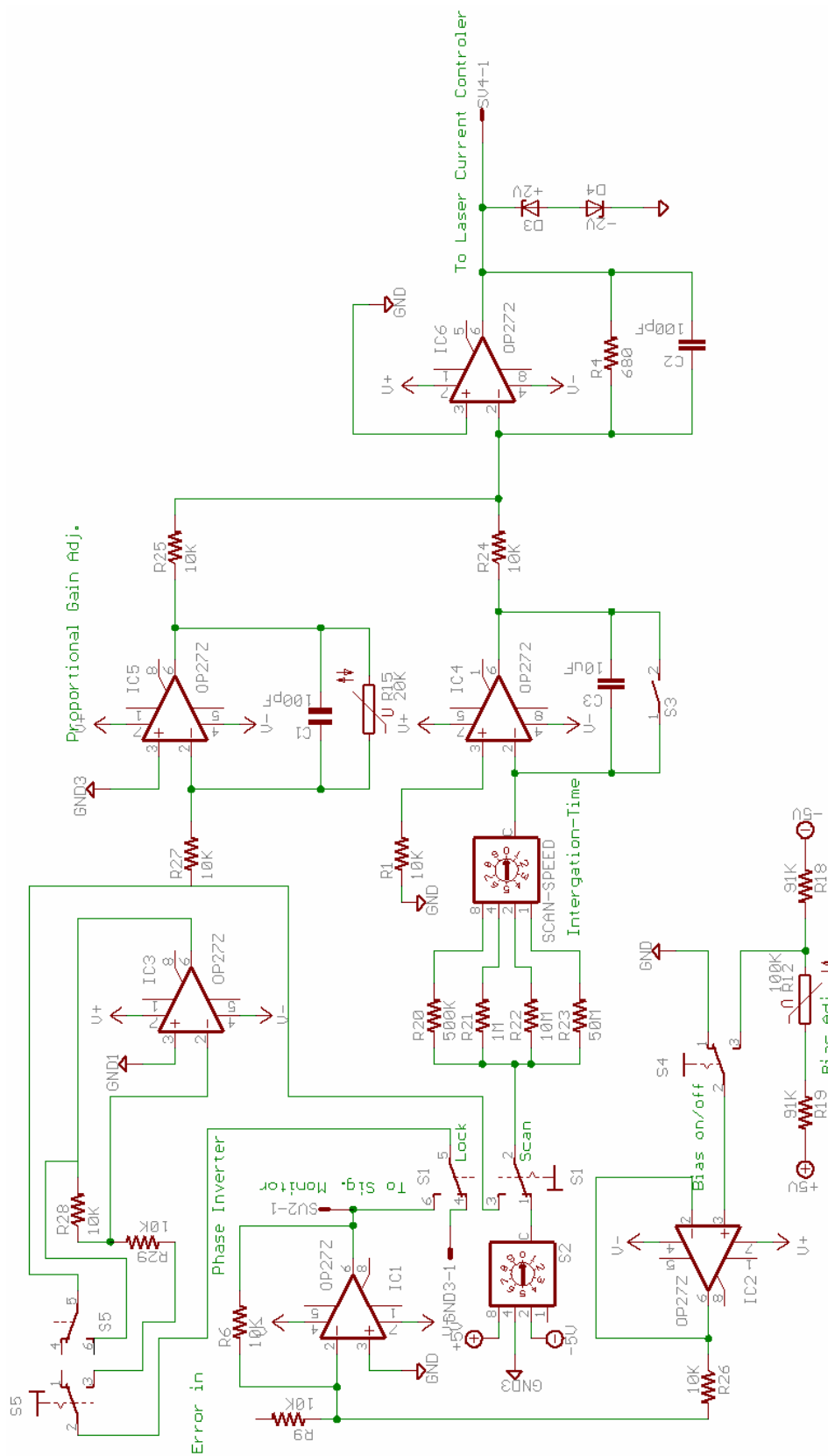


圖 3.2 雷射控制盒之電路設計[5]。

## 第四章、實驗結果

### 4.1 測試 AOM 繞射效率

實驗架構中，雷射的光來回經過 AOM 做兩次繞射。以 AOM 繞射效率而言，第一次通過 AOM 的正一階光其繞射效率為  $D$ ，零階繞射效率為  $(1-D)$ ；而第二次經過 AOM 時，正一階和負一階的光繞射效率都是  $D(1-D)$ 。所以正一階和負一階所觀察到第二次通過 AOM 時的光強度要一樣，而實際上觀察到的為正一階光強度大於負一階，所以先對 AOM 繞射效率作測試。

我們將溫度定在  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，電流在  $70\text{ mA}$  時，改變 AOM 的射頻(RF)功率。圖 4.1 為第一次通過 AOM 時，以 RF 強度為橫軸，歸一化光功率為縱軸，所繪出之光功率對 RF 功率圖。而圖 4.2 為第二次過 AOM 時之光功率對 RF 功率圖，由圖 4.2 可知兩道光並無如預期的一樣強，而是有一比例關係。原本以為可能是四分之一波片改變了其中一道的偏振，但拿開四分之一波片後情況一樣。所以實驗上我們利用一個中性光衰減片放在正一階以調整光強度。

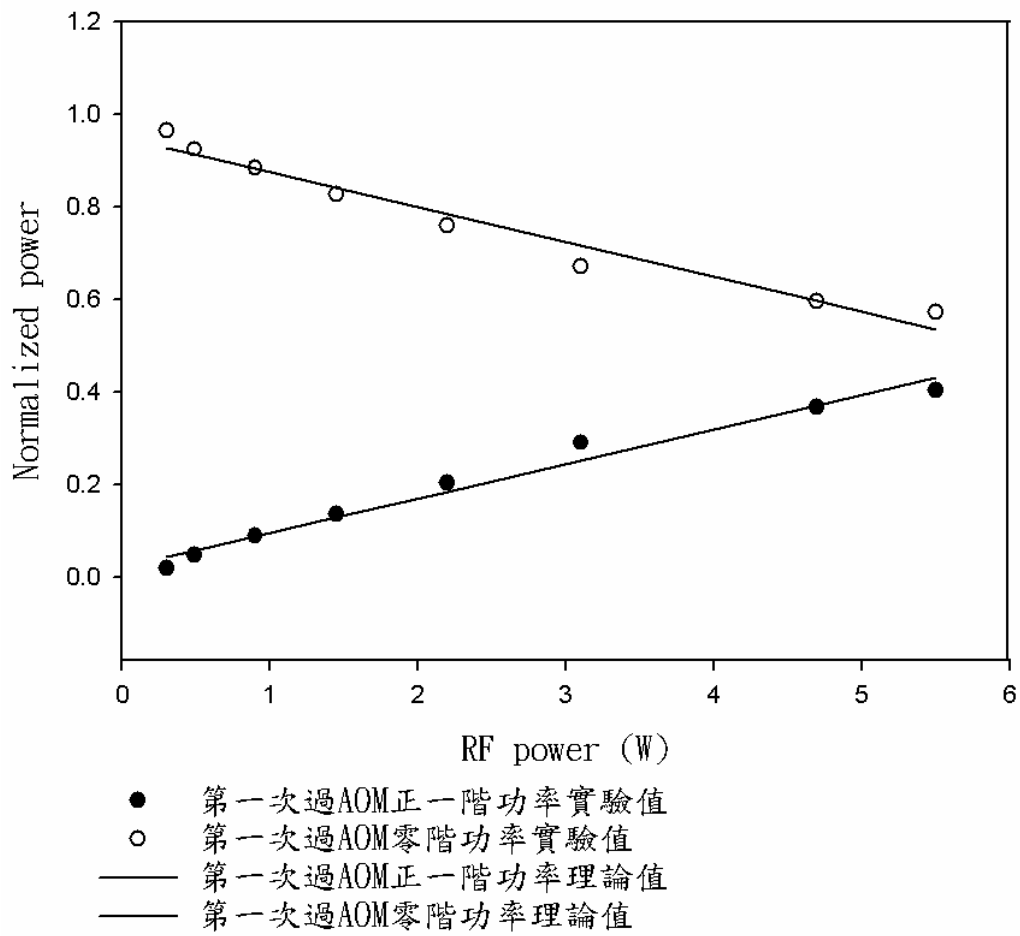


圖 4.1 第一次過 AOM 之光強度關係圖。

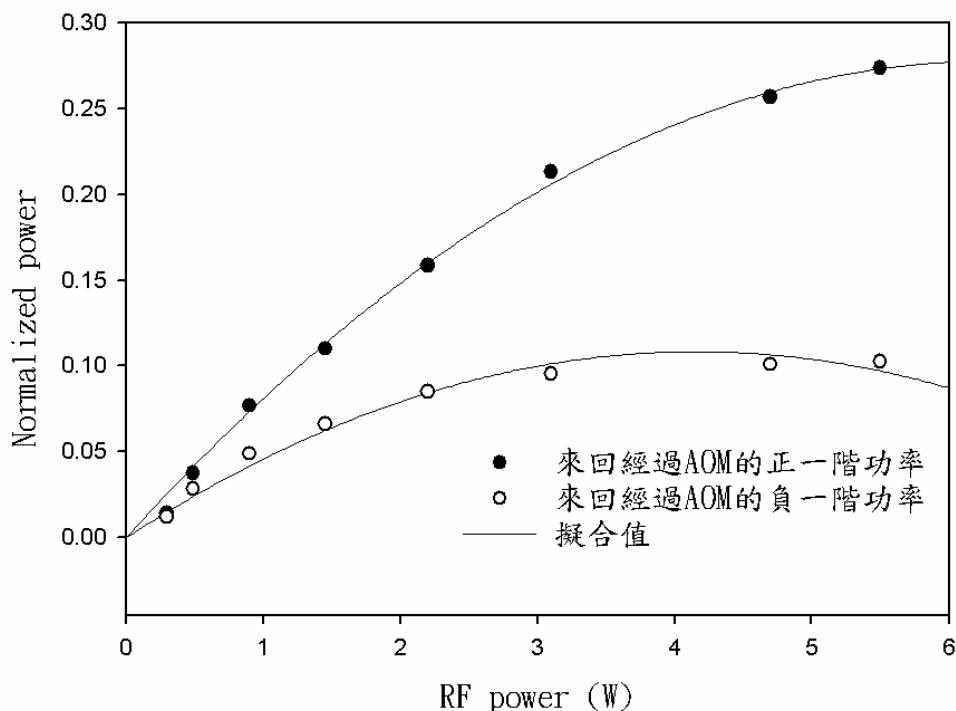


圖 4.2 第二次過 AOM 之 RF 功率對功率關係圖。

## 4.2 觀察吸收光譜與飽和吸收光譜

實驗上，我們先將二極體雷射(DL)溫度控制在約  $10^{\circ}\text{C}$ ，並調整電流使雷射的中心頻率到達  $780\text{ nm}$  附近。再利用一訊號產生器輸出一個固定頻率及振幅的三角波至 DL 的電流控制器的調至輸入。因為電流控制器的電壓與電流之轉換為  $1\text{ V}$  轉為  $20\text{ mA}$ ，而  $1\text{ mA}$  的電流變化約轉換為  $1.5\text{ GHz}$  的掃頻範圍，所以  $1\text{ V}$  約轉換為  $30\text{ GHz}$  的掃頻範圍。如此我們便可從圖 2.3 的能階去估算訊號產生器所要給定的電壓以及對應到頻譜的範圍。

在第二章提到，如果直接作單趟吸收，我們所要觀察的超精細譜線會被都普勒增寬所掩蓋，所以實驗上我們先作一次單趟吸收來證明無法觀察到超精細譜線，圖 4.3 為單趟吸收所得到的結果。

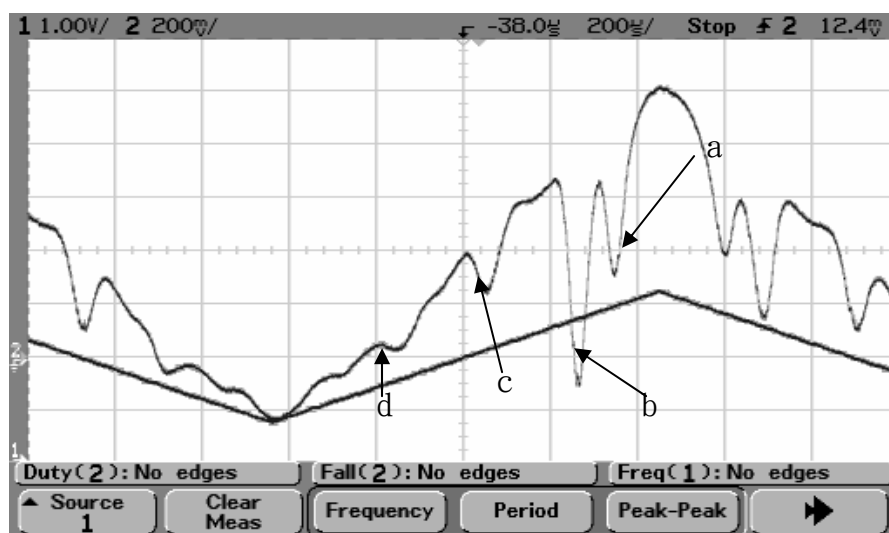


圖 4.3 單趟吸收的結果，掃頻範圍約 13.8 GHz，

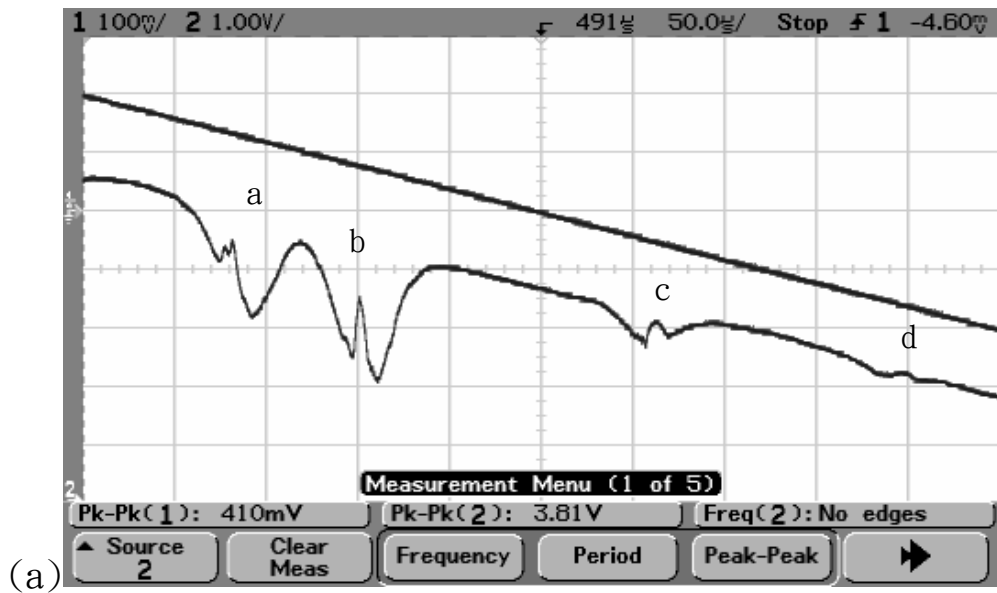
a 譜線為  $^{87}\text{Rb}(5S_{1/2}, F' = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F = 1, 2, 3)$ ；

b 譜線為  $^{85}\text{Rb}(5S_{1/2}, F' = 3 \rightarrow 5P_{3/2}, F = 2, 3, 4)$ ；

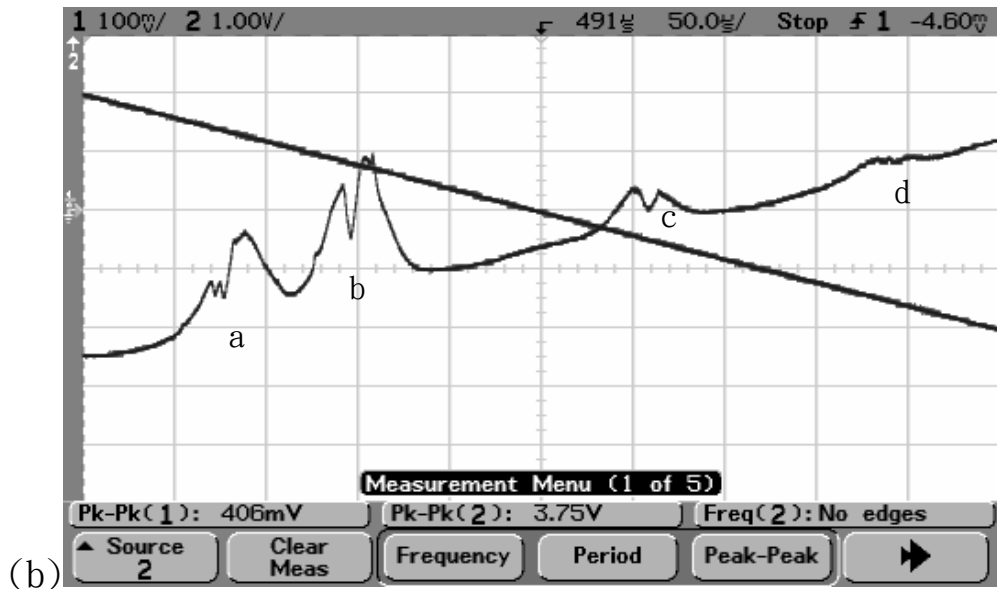
c 譜線為  $^{85}\text{Rb}(5S_{1/2}, F' = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F = 1, 2, 3)$ ；

d 譜線為  $^{87}\text{Rb}(5S_{1/2}, F' = 1 \rightarrow 5P_{3/2}, F = 0, 1, 2)$ 。

確認了之後我們利用了第三章的實驗架構來作飽和吸收光譜，以找出哪一條超精細譜線適合作穩頻，所以先掃動較大的頻率範圍來觀察正一階光和負一階光同時打入平衡式光偵測器(BPD)所得到的結果。圖 4.4(a)(b)(c)分別為正一階光打入 BPD 的 REFERENCE 輸入端，負一階打入 BPD 的 SIGNAL 輸入端所得到的結果，以及兩道光相減後所得結果。



(a)



(b)

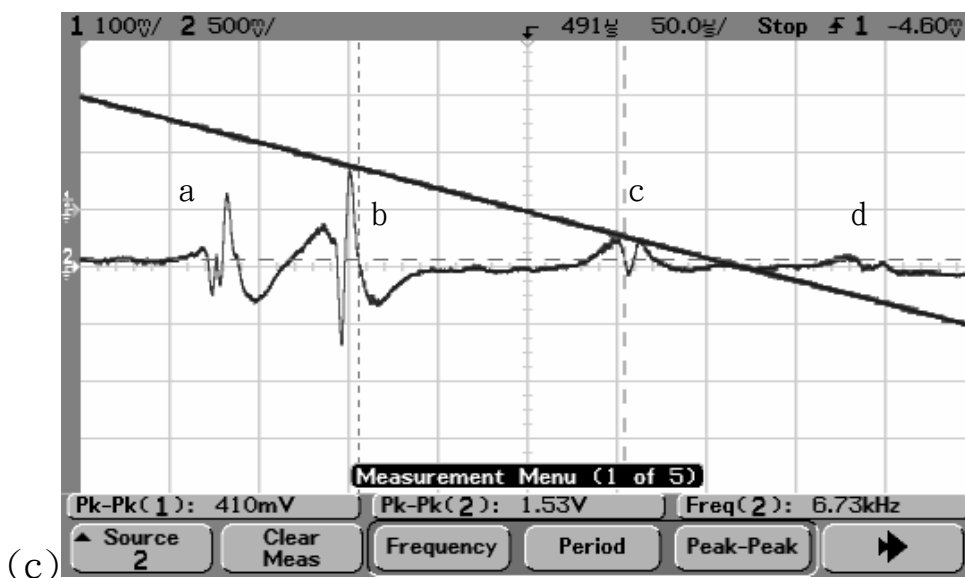


圖 4.4(a)(b)(c) 大範圍飽和吸收的結果，(a)為正一階訊號 (REFERENCE)；(b)為負一階訊號(SIGNAL)；(c)為相減後，而三圖掃頻範圍約 12 GHz。

而由圖(c)我們可以看到 b 譜線內的飽和吸收最強，且對稱性最好，所以我們決定利用 b 譜線內的飽和吸收當作參考頻率來作穩頻。為了進一步觀察 b 譜線，我們將掃頻範圍縮小而掃出的圖形如圖 4.5

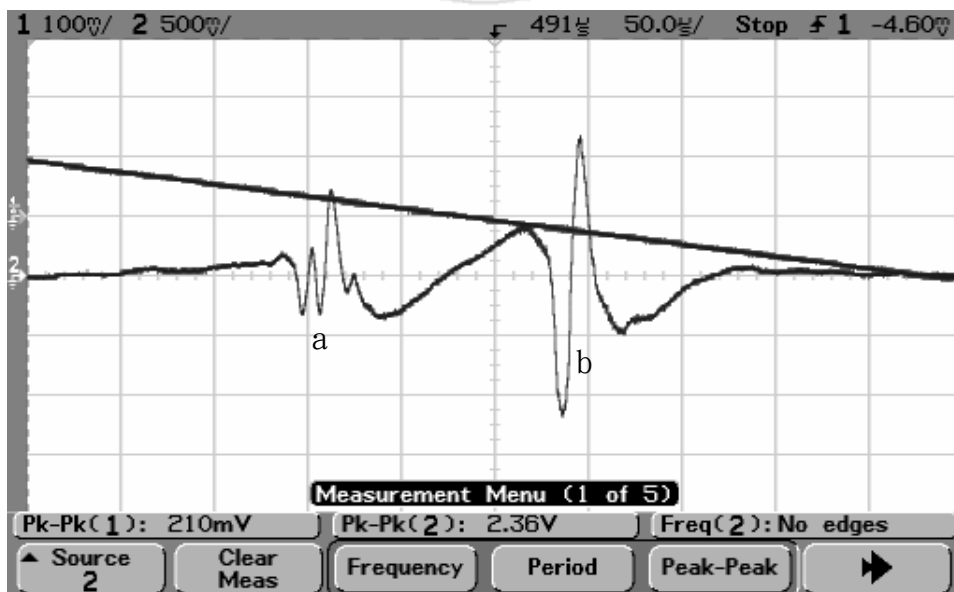


圖 4.5 掃頻範圍縮小所掃到的 a、b 兩譜線，掃頻範圍約 6 G



Hz。

我們可由圖 4.5 去估算 b 譜線中的飽和吸收所產生的差分訊號的峰到峰值，總掃頻範圍 6 GHz，而峰到峰值約佔一格的 2/5，所以

$$6\text{GHz} \times \frac{1}{10} \times \frac{2}{5} \text{ 約等於 } 0.24 \text{ GHz}$$

，由此可知掃頻範圍至少要 0.24 GHz 以上才能觀察的到此差分訊號。

### 4.3 AOM 頻率對差分訊號的影響

在 2.5 節的理論推導中，我們假設兩道光強度一樣，所以在實驗上我們希望能控制兩道光入射到鈷原子蒸氣室的光強度來映證理論，以及在固定光強度的情況下，改變 AOM 頻率對差分訊號的各項參數之比較。

實驗時，我們利用實驗架構圖 3.1 中的  $\lambda/2$  來調整通過的光總強度，以及 NDF 來調整兩道光的相對光強度。接著調整 AOM 頻率來改變兩道光的分光頻率。所改變的 AOM 頻率及兩道光的功率如表 4.1。由表中可知當我們改變 AOM 頻率時，將正一階和負一階的功率都控制在 0.550 mW 附近，而讓兩道光加起來在 1.1 mW 附近。圖 4.6 為各個 AOM 頻率所對應的功率情況。

而理論入射光功率一樣時，飽和凹陷的半高全寬不會因為 AOM 頻率改變而有所改變。所以實驗上我們掃小範圍頻率約 0.66 GHz，再利用平衡式光偵測器(BPD)同時紀錄負一階訊號和差分光譜訊號，如圖 4.7。因為在圖 4.2(b)中我們知道譜線 b 有一個二次式的背景，所以我們利用勞

倫茲函數加上一個二次式的背景，在利用軟體擬合實驗值來找出飽和凹陷的半高全寬，結果如圖 4.8。而利用 Peak Fit 擬合的結果如表 4.2， $a_0$  為振幅； $a_1$  為譜線中心頻率； $a_2$  為半高全寬；而  $a_3$ ， $a_4$ ， $a_5$  為二次項背景의常數，其中因為環境因素干擾，所以  $a_4$  項誤差較大。而擬合出來的半高全寬約為 152 MHz，我們便可利用固定此半高全寬，及固定兩道入射鈷原子蒸氣室的光強度，來比較當 AOM 頻率改變時，差分訊號的變化情形。

AOM 頻率	正 1 階功率	負 1 階功率	正 1 階加負 1 階功率
24.5 MHz	0.550 mW	0.553 mW	1.1 mW
27.1 MHz	0.548 mW	0.553 mW	1.1 mW
30.3 MHz	0.550 mW	0.552 mW	1.1 mW
33.7 MHz	0.551 mW	0.551 mW	1.1 mW
36.1 MHz	0.551 mW	0.552 mW	1.1 mW
39.5 MHz	0.552 mW	0.549 mW	1.1 mW
42.5 MHz	0.555 mW	0.548 mW	1.1 mW
46.1 MHz	0.549 mW	0.549 mW	1.1 mW
49.0 MHz	0.550 mW	0.546 mW	1.1 mW
52.1 MHz	0.552 mW	0.549 mW	1.1 mW
55.6 MHz	0.553 mW	0.551 mW	1.1 mW

表 4.1 各 AOM 頻率所對應的正一階、負一階、及正一加負一階功率。

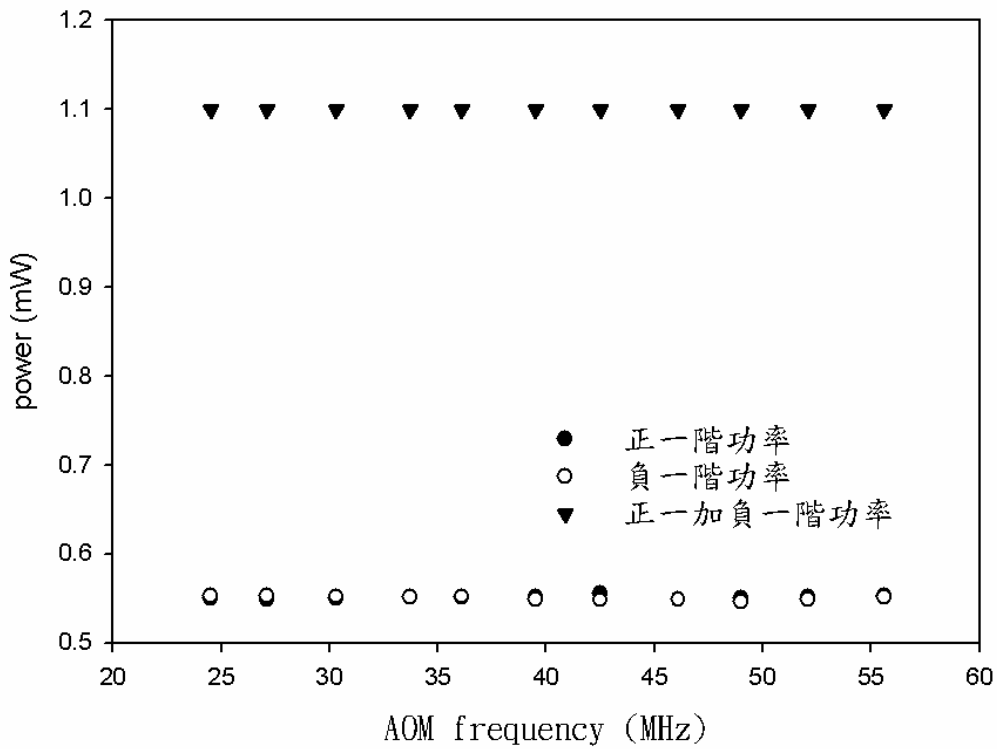


圖 4.6 AOM 頻率對各能階功率作圖。

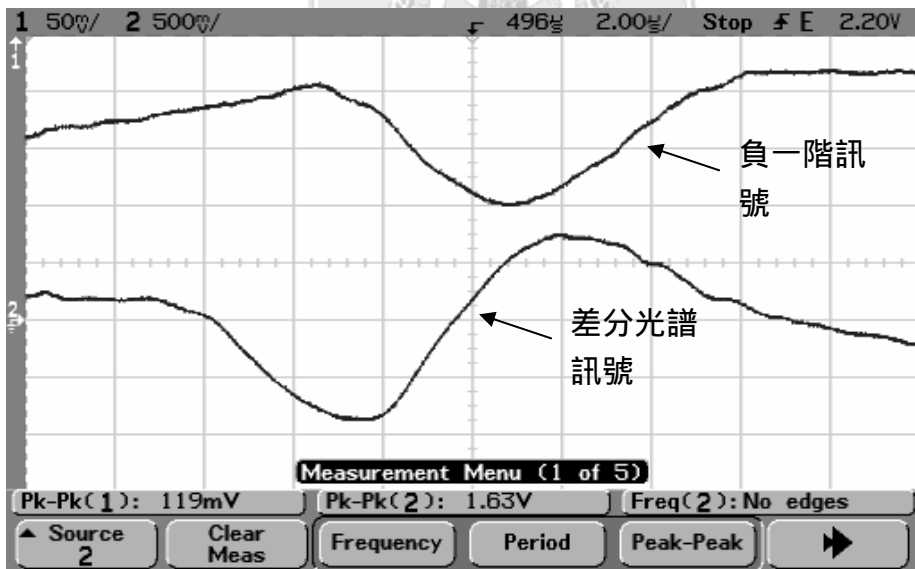


圖 4.7 在 AOM 頻率 30.3 MHz 時同時觀察負一階訊號和差分訊號，掃頻範圍約 0.66 GHz。

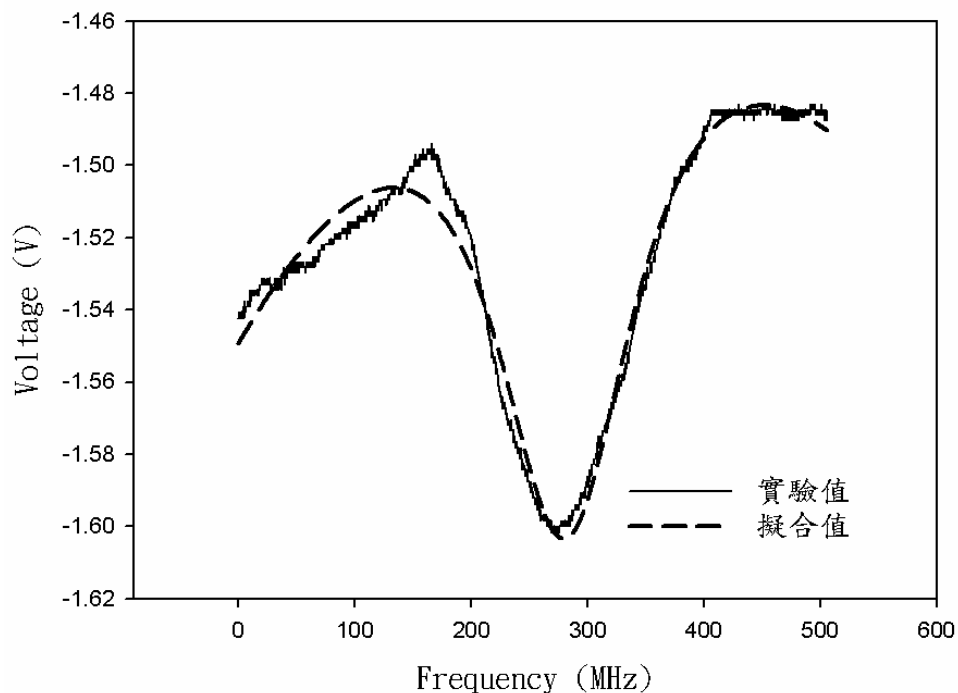


圖 4.8 飽和凹陷之實驗值與擬合值關係圖。

擬合公式			Y=LORENTZ(a0, a1, a2)+a3*X <sup>2</sup> +a4*X+a5		
Parm	Value	Std Error	t-value	95% Confidence Limits	
a0	-0.163431	0.0010957	-149.1619	-0.165579	-0.161282
a1	281.10278	0.189077	1486.7109	280.73198	281.47359
a2	75.754054	0.7003824	108.161	74.380496	77.127612
a3	-9.88E-07	1.813E-08	-54.4687	-1.02E-06	-9.52E-07
a4	0.0006274	9.773E-06	64.196361	0.0006083	0.0006466
a5	-1.53825	0.0004027	-3819.849	-1.53904	-1.53746

表 4.2 飽和凹陷擬合結果。

首先在兩道光功率相同，飽和凹陷的半高全寬都相同的情況下，我們利用 2.6 節所得到的(2.5-17)式所得到的某一個 AOM 頻率時差分訊號  $V_{pp}$  線寬大小。將其代回(2.5-11)式中，並將其二次式背景項忽略，可以求得理論上譜線強度  $S_{pp}$  大小隨 AOM 頻率知變化情形，如圖 4.9 之實線。而

利用 Peak Fit 擬合結果如表 4.3。圖中橫軸為歸一化頻率(AOM 頻率/飽和凹陷半高全寬)，縱軸為峰到峰值的大小。圖中黑點為實驗結果。由圖中我們以看到隨著 AOM 頻率增加，差分訊號  $S_{pp}$  也跟著增大，這符合了兩道光分光頻率越小  $S_{pp}$  就越弱，反之分光頻率越大  $S_{pp}$  越強。

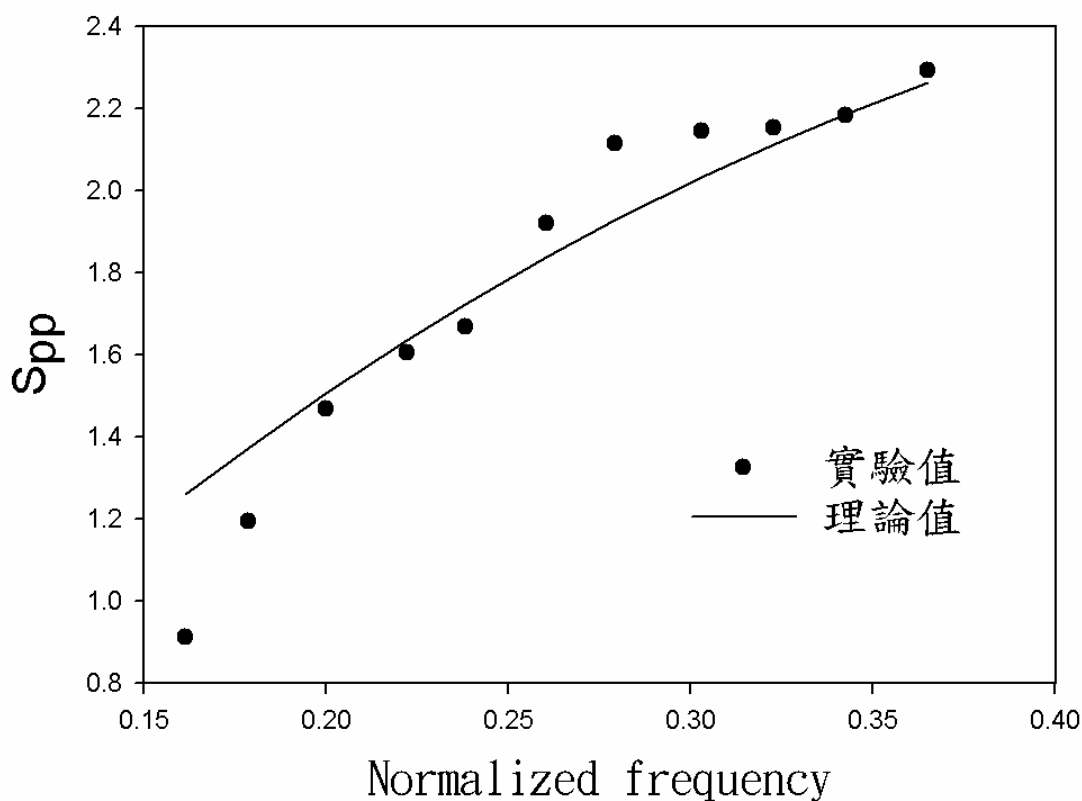


圖 4.9 不同 AOM 頻率對差分訊號峰到峰大小( $S_{pp}$ )關係圖。

擬合公式	$F1 = (4 * X^2 + 0.5)^2 + 0.75$ $F2 = ((2 * X^2 - 0.5 + (F1)^{0.5}) / 6)^{0.5}$
------	---

		$Y = a_0 * (1 / ((F_2 + X)^{2+0.25}) - 1 / ((F_2 - X)^{2+0.25}))$			
Parm	Value	Std Error	t-value	95% Confidence Limits	
a0	-0.808671	0.0194657	-41.54332	-0.852043	-0.765299

表 4.3 AOM 頻率對差分訊號峰到峰大小( $S_{pp}$ )關係擬合結果。

接著討論當 AOM 頻率改變時，差分訊號譜線寬度  $\Delta v_{pp}$  的變化情形。在 2.6 節中我們利用理論推導出 AOM 頻率與  $\Delta v_{pp}$  之關係(2.5-17)式，所以我們將(2.5-17)式與實驗值利用軟體作擬合得到得結果如圖 4.10。其中橫軸為歸一化後的 AOM 頻率，縱軸為歸一化後的  $\Delta v_{pp}$  ( $\Delta v_{pp}$  / 飽和凹陷半高全寬)，由圖中可知實驗結果十分吻合。而表 4.4 為利用 Peak Fit 擬合結果。



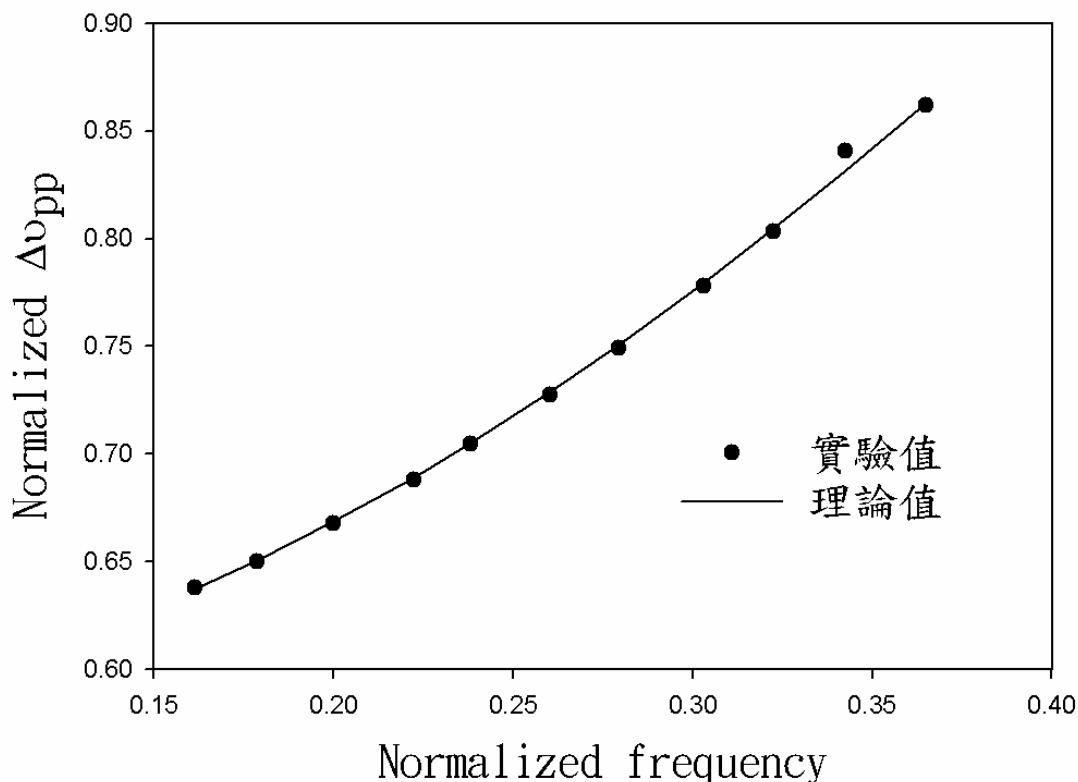


圖 4.10 不同 AOM 頻率對差分譜線  $\Delta\nu_{pp}$  關係圖。

擬合公式		$F1 = (4 * X^2 + 0.5)^2 + 0.75$ $Y = 2 * a0 * ((2 * X^2 - 0.5 + (F1)^{0.5}) / 6)^{0.5}$			
Parm	Value	Std Error	t-value	95% Confidence Limits	
a0	1.001329	0.0013032	768.35487	0.9984252	1.0042327

表 4.4 不同 AOM 頻率對差分譜線  $\Delta\nu_{pp}$  關係擬合結果。

最後我們希望能藉由改變 AOM 頻率來映證 2.5 節理論上所推算出來的斜率的趨勢，以及其最大值對應的 AOM 頻率，並經由實驗映證後，來決定穩頻時所要使用的 AOM 頻率。我們將(2.5-13)式中後面的二次式背景忽略不計，做為理論上 AOM 頻率與斜率間的關係，利用沒有背景的(2.5-13)式與實驗值作擬合，所得到的結果如圖 4.11。差分訊號斜率最

大值同樣也出現在 0.289 附近。而表 4.5 為其擬合結果。

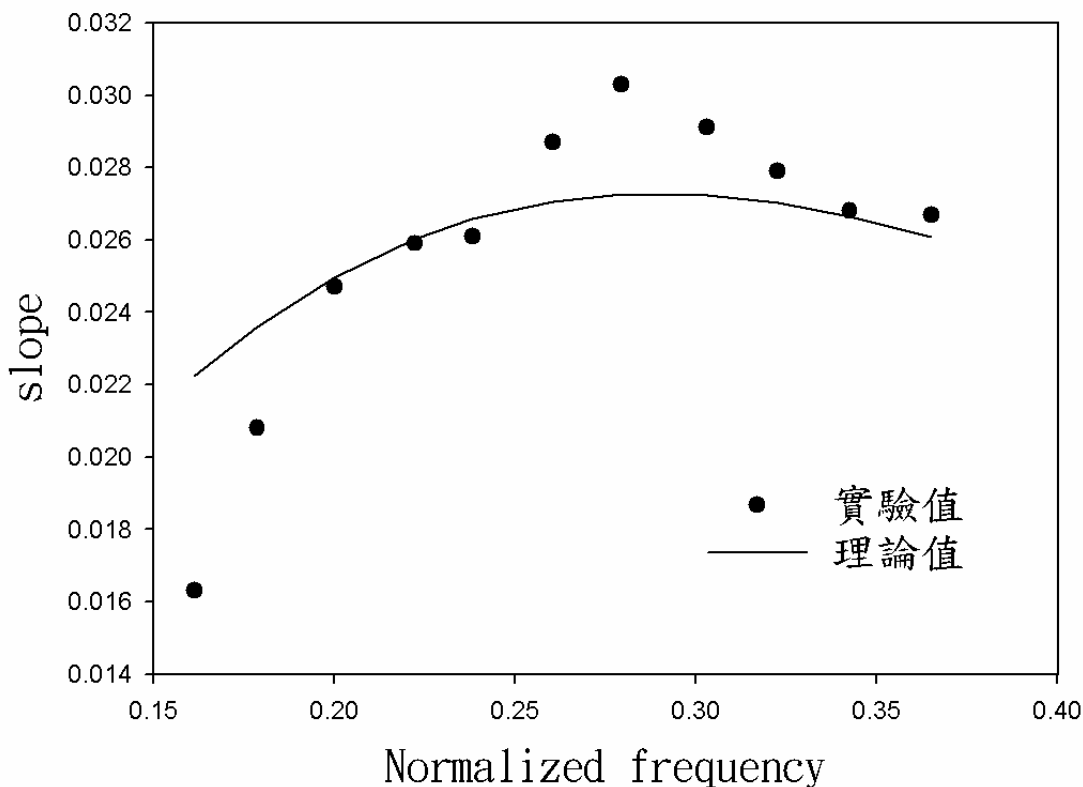


圖 4.11 AOM 頻率對差分訊號斜率關係圖。

擬合公式		$Y = (4 * a_0 * X) / (X^2 + 0.25)^2$			
Parm	Value	Std Error	t-value	95% Confidence Limits	
a0	0.0026252	7.467E-05	35.155804	0.0024588	0.0027916

表 4.5 AOM 頻率對差分訊號斜率關係擬合結果。

表 4.6 為各 AOM 頻率所對應的飽和凹陷半高全寬、 $\Delta v_{pp}$ 、 $S_{pp}$  以及斜率的值。所以我們利用改變 AOM 頻率，來找出差分訊號的各項參數與 AOM 頻率間的關係，並且找出了斜率最大時的 AOM 頻率，我們便可利用調整到此頻率所得到的差分訊號來作穩頻，以求得最佳的穩頻效果。



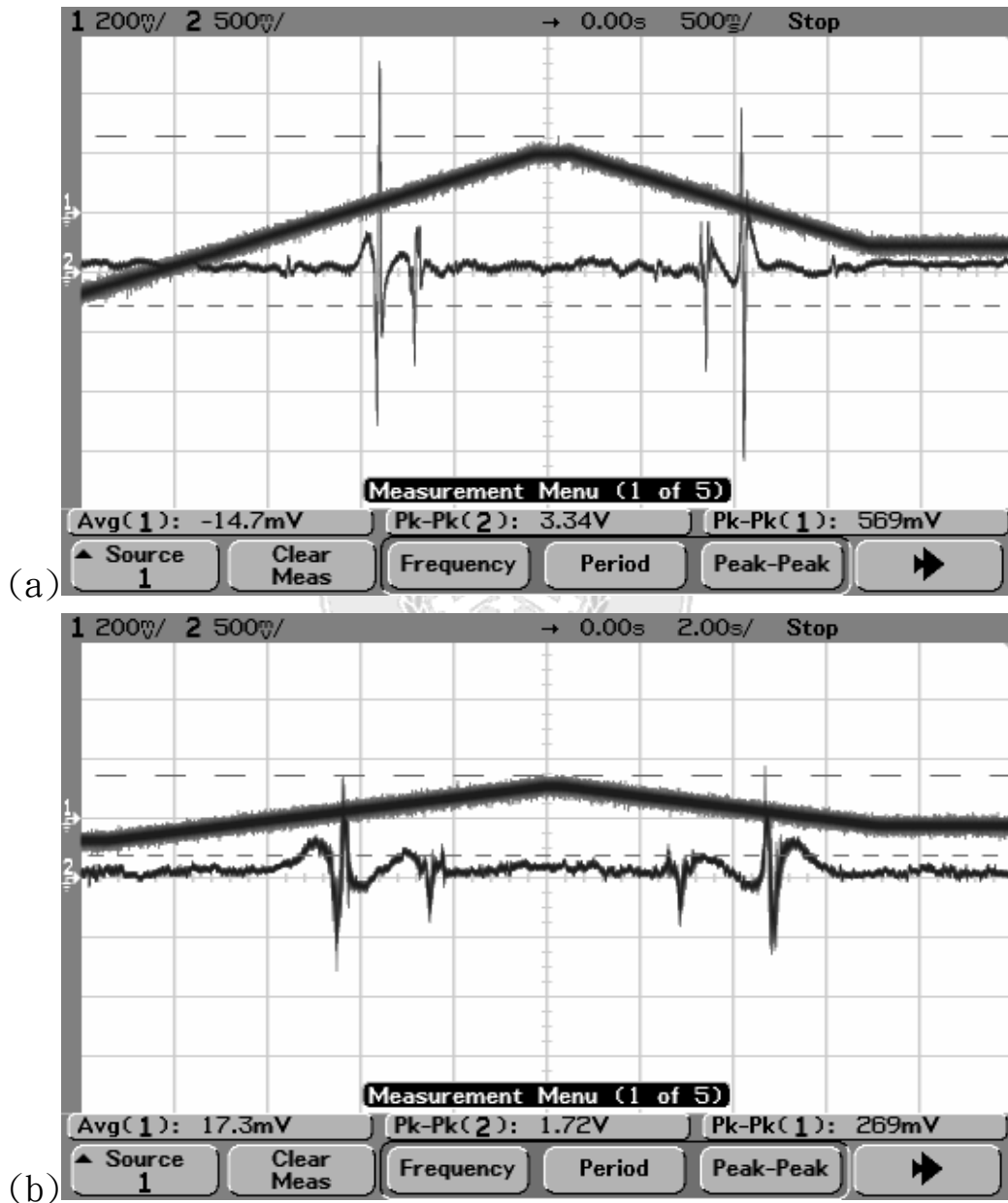
AOM 頻率	飽和凹陷半高全寬	$\Delta v_{pp}$	$S_{pp}$	斜率
24.5 MHz	75.9 MHz	96.9 MHz	0.91 MHz	0.0163
27.1 MHz	75.8 MHz	98.6 MHz	1.19 MHz	0.0208
30.3 MHz	75.7 MHz	101.1 MHz	1.47 MHz	0.0247
33.7 MHz	75.8 MHz	104.3 MHz	1.60 MHz	0.0259
36.1 MHz	75.8 MHz	106.8 MHz	1.67 MHz	0.0261
39.5 MHz	75.8 MHz	110.3 MHz	1.92 MHz	0.0287
42.5 MHz	76.0 MHz	114.0 MHz	2.12 MHz	0.0303
46.1 MHz	76.0 MHz	118.3 MHz	2.15 MHz	0.0291
49.0 MHz	75.9 MHz	122.0 MHz	2.15 MHz	0.0279
52.1 MHz	76.0 MHz	127.9 MHz	2.18 MHz	0.0268
55.6 MHz	76.1 MHz	131.2 MHz	2.29 MHz	0.0267

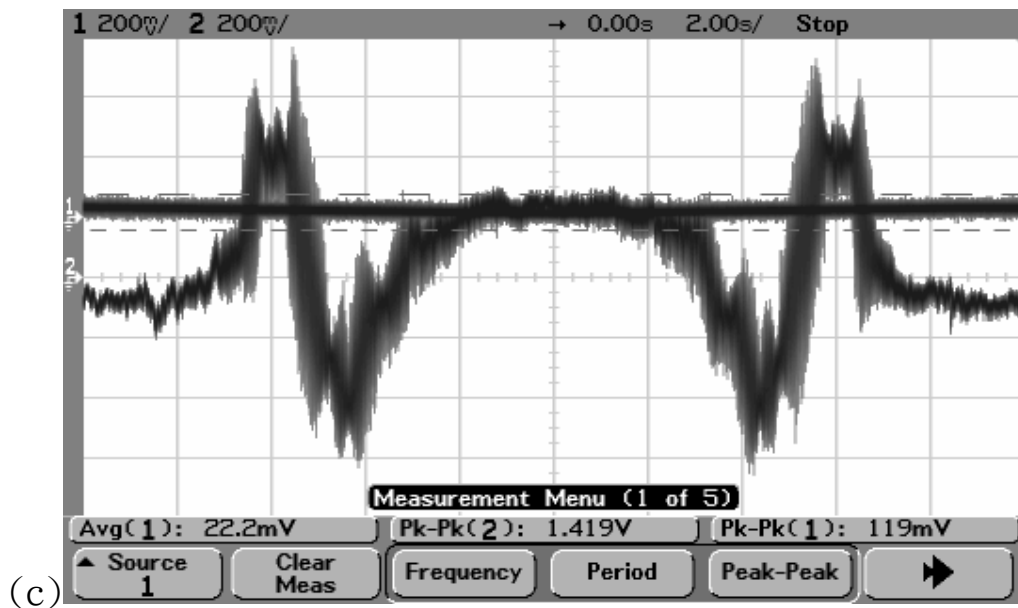
表 4.6 實驗上所得到的各項參數值，包括飽和凹陷半高全寬、 $\Delta v_{pp}$ 、 $S_{pp}$  以及斜率。

#### 4.4 利用穩頻器測試無調制差分光譜穩頻

首先我們利用自制的穩頻器掃頻，其可掃頻範圍約為正 0.4 V 到負 0.4 V，而 0.4 V 所對應的掃頻範圍約 12 GHz，足夠掃到四條譜線。將實驗條件定在最佳 AOM 頻率約為 42.5 MHz，我們先掃大範圍約 12 GHz 來觀察四條譜線，再以不同速度掃來找到譜線 b 差分訊號的中心點，以便鎖在零點位置。圖 4.12 為不同掃頻速度來回掃動一次所觀察到的譜線，其中(a)圖掃動速度為 2.4 GHz/s；(b)圖掃動速度為 0.48 GHz/s；(c)圖掃動速度為 0.024 GHz/s。發現以較慢的速度掃頻時，差分訊號雜訊

會變很大。推測雜訊的來源可能是因為二極體雷射本身輸出的光，其頻寬過大，所以在吸收的時候會也會產生高頻雜訊。造成在較慢速度掃頻時，高頻雜訊重複出現而造成差分訊號雜訊過大。





(c) 圖 4.12(a)(b)(c) 圖(a)為用 2.4 GHz/s 的掃動速度觀察；圖(b)為用 0.48 GHz/s 掃動速度觀察；圖(c)為用 0.024 GHz/s 掃動速度觀察。

由於雜訊過大，無法在低速掃頻下準確的將頻率鎖在差分訊號的中心點，在下一章節中我們將提出一些改善方式來作討論。

## 第五章、結論

我們利用相同光功率的紅位移和藍位移來產生差分訊號，並利用改變 AOM 頻率所得到的差分訊號譜線寬度( $\Delta\nu_{pp}$ )和譜線強度( $S_{pp}$ )以及斜率與 AOM 頻率之間的關係，並與理論所推導出的曲線作擬合，找出了最佳實驗參數，也就是 AOM 頻率與譜線半高全寬比值約為 0.289。而在實驗中我們得到半高全寬約為 152 MHz，得知 AOM 頻率約為 42.5 MHz，並用此頻率作無調制差分光譜。再將差分訊號送至自製的簡易雷射控制盒，以達到無調至差分光譜穩頻。但可能因為二極體雷射的半高全寬太大，以至於利用穩頻器作慢速掃頻時，吸收的地方連帶產生高頻雜訊。所以在這我們提出了幾種改善方式來解決高頻雜訊所帶來的問題：

1. 將光源改成用外腔可調二極體雷射。外腔可調二極體雷射的半高全寬約為 1 到 2 MHz 左右，能有效改善高頻雜訊的問題。但市面上商業化的外腔可調式二極體雷射等級不一，等級高價格也高，等級低的容易發生跳模的情況。
2. 將一般 Fabry-Parot 端射型二極體雷射改成用裝有微型透鏡的二極體雷射。BLUE SKY Research PS026 的 Circular Laser Device，其前方裝上一微型透鏡，如圖 5.1。其透鏡黏在輸出端前 30  $\mu\text{m}$ ，而透鏡的前鏡面能反射約 0.8 % 的輸出光，使少量的光被反射回

雷射，而這反射光產生外腔的效果能使光回授而使輸出光之半高全寬壓縮到約 2 MHz，並將輸出光束修正成圓形光束[18][19]。藉由此壓縮後的半高全寬，可以用來改善高頻雜訊的問題，但相對的吸收較難觀察，因為微型透鏡與二極體雷射相對位置不容易控制，易發生跳模情況。

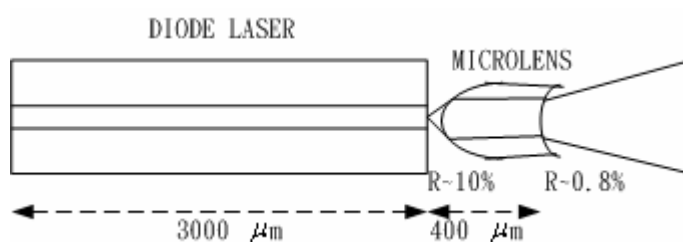


圖 5.1 BLUE SKY Research 的 Laser diode 簡圖。

3. 利用快速電子負回授去除雷射高頻雜訊。因為平衡式光偵測器所偵測到的差分訊號帶有高頻雜訊，所以利用送至穩頻器前，先經過一次 Bias-Tee 使高頻雜訊和低頻訊號分開，如圖 5.2。再將此高頻訊號負回授至二極體雷射，藉此將高頻雜訊抑制。

雖然目前二極體雷射因為頻寬過大，以至於在吸收時帶有高頻雜訊，而無法穩頻，我們仍可利用此特性來研究二極體雷射頻寬。例如二極體雷射頻率停在吸收譜線中心時，光譜信號之高頻雜訊分佈情況，或是隨著頻寬的增加或減少，其高頻雜訊的分佈情形。希望能作為相關研究者的指標，也可作為選用穩頻光源的參考。

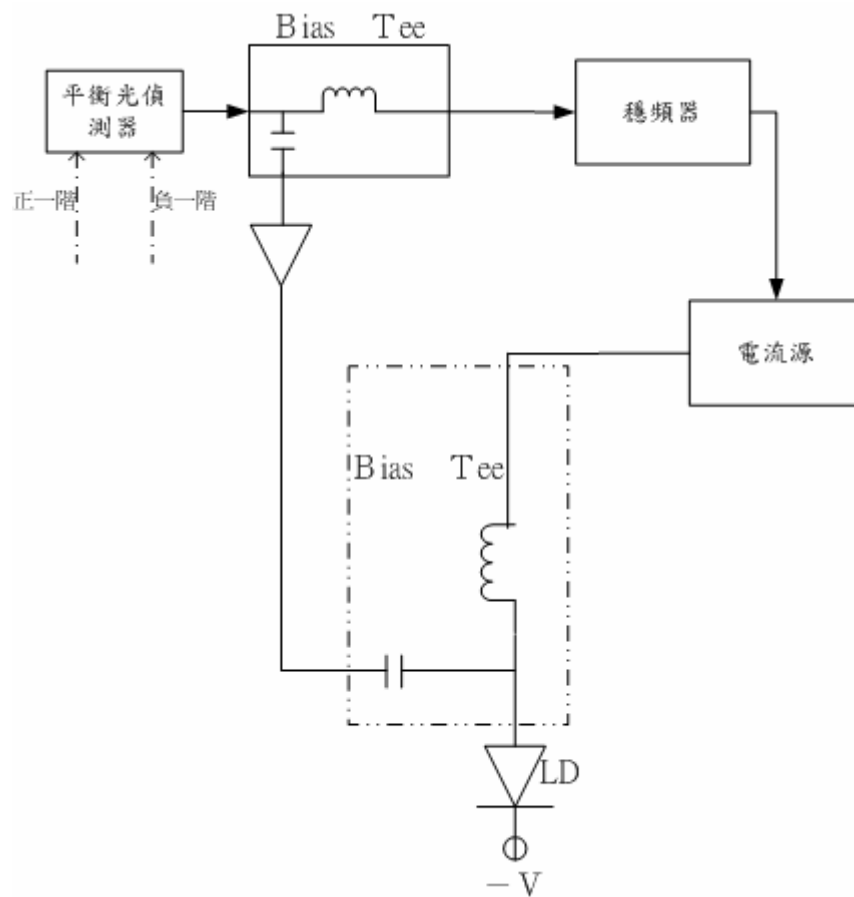


圖 5.2 將訊號送至 Bias-Tee 抑制高頻雜訊相減簡圖。

## 參考文獻

- [1] Hayashi, I., et al., “Junction Lasers Which Operate Continuously at Room Temperature” Appl. Phys. Lett. , Vol.17, pp. 109-110 (1970)
- [2] T. Shiomi, “Highly Precise Positioning System Using GPS,” (in Japanese) J. IEICE Jpn. , 70, pp. 520-523 (1987).
- [3] 蘇蓉蓉, 廖彥安, 余怡德 “雷射冷卻與低溫原子的非線性光譜” , 物理雙月刊廿二卷五期(2000年十月).
- [4] Hashimoto, M.; Ohtsu, M., “Experiments on a semiconductor laser pumped rubidium atomic clock” IEEE J. Quantum Electron, Vol. 23 , Issue: 4, pp. 446-451 (1987).
- [5] 黃柏強, “二極體雷射無調制穩頻予乙炔譜線之研究” , 逢甲大學光電物理研究所碩士論文 (2003).
- [6] A. D. White, E. I. Gordon, and E. F. Labuda, “Frequency stabilization of single mode gas laser” , Appl. Phys. Lett. 5, pp. 97-98 (1964).
- [7] Sakai, Y., et al., “Frequency stabilized laser diode locked to acetylene gas absorption lines using fiber-pigtail-type

- acoustic optical modulator” , IEEE Photon. Technol. Lett. 4, pp. 96-98 (1991).
- [8] T. Yamagawa, S. Saito, S. Machida, Y. Yamamoto, and Y. Noguchi, “Frequency stabilization of an InGaAsP distributed feedback laser to an NH<sub>3</sub> absorption line at 15137Å with an external frequency modulator” , Appl. Phys. Lett. 47, pp. 11036-1038 (1985).
- [9] S. E. Park, H. S. Lee, T. Y. Kwon, and H. Cho, “Dispersion-like signals in velocity-selective saturated-absorption spectroscopy” , Opt. Comm. 192, pp. 49-55 (2001).
- [10] Yutaka Yoshikawa, Takeshi Umeki, Takukae, Yoshio Torii, and Takahiro Kuga “Frequency stabilization of a laser diode with use of light-induced birefringence in an atomic vapor” , Applied Optics. Vol.42, No.33 pp. 6645-6649 (2003).
- [11] C. I. Sukenik, H. C. Busch, and M. shiddiq, “Modulation-free laser frequency stabilization and detuning” , Opt. Comm. 203, pp. 133-137 (2002).



- [12]Nesmeyanov, A. N., Vapour Pressure of the Chemical Elements, New York: Elsevier (1963).
- [13]Tsuchida, H., et al., “ Frequency stabilization of AlGaAs semiconductor laser based on the  $^{85}\text{Rb}$  D2 Line” , Japan. J. Appl. Phys., Vol. 21, pp. L561-563 (1982).
- [14]Sato. T., et. al., “Frequency stabilization of a semiconductor laser using Rb-D1 and D2 absorption lines” , Electron. Lett., Vol. 24, pp. 429-431 (1988).
- [15]T. Ikegami, S. Sudo, and Y. Sakai, “Frequency stabilization of semiconductor laser diodes” , Artech House, chap. 3. pp. 61-61 (1995)
- [16]Tetu, M., et al., “Multiwavelength Sources Using Laser Diodes Frequency-Locked to Atomic Resonances,” IEEE J. Lighthwave Technol., Vol. 7, pp. 1540-1548 (1989) .
- [17]Demtroder, “Laser spectroscopy” , 2nd Edition.
- [18] Mikko Merimaa , Thomas Lindvall, Ilkka Tittonen, and Erkki Ikonen, “All-optical atomic clock based on coherent population trapping in  $^{85}\text{Rb}$ ” Optical Society of

America., Vol. 20, pp. 273-279 (2003).

[19]H. Talvite, M. Merimaa, E. Ikonen, “Frequency stabilization of a diode laser to Doppler-free spectrum of molecular iodine at 633nm” Optics Communications 152, pp. 182-188 (1988).

