

m 序列与 gold 序列性能分析比较

赵新宁

北京邮电大学信息工程学院, 北京 (100876)

E-mail: zhaoxinning106@tom.com

摘要: 在扩频系统中, 伪随机序列具有十分重要的作用。m 序列和 gold 序列作为最常用和实用的伪随机序列, 各有其特点。本文分析其基本原理和产生方式, 并特别对其性能方面做了仿真比较。

关键词: 扩频; m 序列; gold 序列

中图分类号: TN91

在扩频通信系统中, 伪随机序列是关键技术之一。伪随机序列的码型影响码序列的相关特性, 序列长度决定了扩展频谱的宽度。因此, 在扩频系统中, 对于伪随机序列有如下的要求:

首先, 伪随机序列的长度 (即伪码比特率) 应该足够长, 能够满足扩展带宽的需要;

第二, 伪随机序列要具有尖锐的自相关特性 (用作地址码), 和良好的互相关特性;

第三, 伪随机序列要有足够多的数量, 以满足码分多址的需求;

第四, 应具有近似噪声的频谱特性, 即近似连续谱, 且均匀分布; 工程上易于实现。

通常, 作为扩频通信系统工程实现上的伪随机序列一般是 m 序列和 gold 序列。目前, 在 cdma2000 系统中采用伪随机序列中的 m 序列 (长码) 来区分用户, wcdma 系统中则用 gold 码来区分用户。

1. m 序列的原理和产生

在所有的伪随机序列中, m 序列是最重要、最基本的一种伪随机序列。而另外的多种伪随机序列都是由它引出并且产生的。m 序列是一种周期性的伪随机序列, 又被称作最长线性移位寄存器序列; 是由带线性反馈的移位寄存器产生的周期最长的序列^[1]。其周期为 $2^n - 1$ (n 为移位寄存器级数)。

m 序列具有与随机噪声类似的尖锐的自相关特性, 但它不是真正随机的, 而是按照一定的规律周期性的变化。这种特性使得 m 序列适合于工程应用。

m 序列最大长度决定于移位寄存器的级数, 而序列构成则决定于反馈系数的不同设置。并非所有的反馈系数的设置都可以产生对应长度的 m 序列。

m 序列具有平衡性和其游程特性, 即一个序列周期中, “1”的数目与“0”的数目最多相差一个; 同时, 长度为 n 的元素游程出现的次数比长度为 $n+1$ 的游程出现的次数多一倍。

m 序列的产生方法及设想:

常规法^[1]: 利用移位寄存器反馈系数的不同设置可以构成相同周期长度的不同 m 序列。目前, 大量试验研究工作得到了 3 到 100 级 m 序列的构成设置。可以利用这些已知的结论很容易的得到 100 级内的所需的 m 序列。例如: 5 级移位寄存器设置。反馈系数 5321 的 m 序列为: 0110010011111011100010101101000; 反馈系数为 5431 的 m 序列为: 0111001101111101000100101011000。

抽样法: 对于一个现有的长度为 $2^n - 1$ 的 m 序列抽样, 抽样间隔为 2^i , ($n > i \geq 1$), i 为整数。可以得到同周期长度的 m 序列或者 m 序列的移位。以 5 级移位寄存器形成 m 序列为例: 其

各个有效反馈系数形成的 m 序列如下：5321：0110010011111011100010101101000；5431：0111001101111101000100101011000；53 镜像：0100101100111110001101110101000；53：0001010111011000111110011010010。以 5321 形成的 m 序列进行抽样试验：抽样间隔为 2（第一位起始）：0001110011011111010001001010110，对应 5431 的循环移位序列；第二第三起始时均为 5431 的循环移位序列；抽样间隔为 4（第一位起始）：0111110011010010000101011101100，对应 53 的循环移位序列；第二第三第四第五起始位时均为 53 的循环移位序列。

可以证明这些抽样得到的序列均对应于其他的同周期 m 序列的循环移位序列。故抽样法可以用于寻找未知反馈系数的同周期 m 序列。

2. gold 序列的原理和产生

m 序列虽然具有良好的自相关特性，但是同周期的 m 序列数量不多，且并非所有的 m 序列之间互相关特性都好^[1]。

R.GOLD 于 1967 年提出了一种基于 m 序列优选对的码序列，称为 gold 序列。这种序列具有良好的相关特性，且生成简单，数量巨大，所以实际应用广泛。

Gold 序列的产生^[2]：Gold 序列是 m 序列的组合码，由优选对的两个 m 序列逐位模二加得到，当改变其中一个 m 序列的相位时，可得到一个新的 gold 序列。

也可以通过 m 序列优选对的两个本原多项式乘积形成的新多项式构成新移位寄存器的反馈系数，从而形成的 gold 序列。已经证明形成的 2^n-1 长度的 gold 序列共有 2^n+1 个。

3. m 序列和 gold 序列的相关特性及仿真性能分析

3.1 m 序列的相关特性

互相关特性：两个 m 序列 a, b 的对应位模二加，设 A 为所得结果序列中“0”的数目（对应位相同），D 为“1”的数目（对应位不同），则两 m 序列的互相关系数为：

$$R_{a,b} = \frac{A - D}{A + D} \quad (3.1)$$

当序列循环移动 n 位时，随着 n 的取值不同，此系数不断变化，上式即成为 n 的函数，称为这两个 m 序列 a 和 b 的互相关函数。若两个序列相同 a=b，则称为 a 的自相关函数。

现有理论已经证明，同一周期的 m 序列组，其两两 m 序列对的互相关特性差别很大，有的对的互相关特性好，有的则比较差。实际应用中，我们只取互相关特性较好的 m 序列对。这种 m 序列对的互相关函数值只取 3 个，分别为：

$$R_c(\tau) = \begin{cases} \frac{2^{\lfloor \frac{(n+2)}{2} \rfloor} - 1}{2^n - 1} \\ -\frac{1}{2^n - 1} \\ -\frac{2^{\lfloor \frac{(n+2)}{2} \rfloor} + 1}{2^n - 1} \end{cases} \quad (3.2)$$

式中 $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示取实数的整数部分。满足这一特性的 m 序列对称为 m 序列优选对。

自相关特性：m 系列的自相关函数是周期的二值函数：

$$R_{a,a}(n) = \begin{cases} 1; n = q * (2^n - 1), q = 0, \pm 1, \dots \\ \frac{-1}{2^n - 1}; \text{其余 } n \end{cases} \quad (3.3)$$

当序列的周期很大时，m 序列的自相关函数波形变得十分的尖锐而接近冲激函数；既证明随着序列周期的增加，m 序列越是呈现随机信号的性质。

以 5 级移位寄存器形成的长度为 31 的 m 序列为例进行仿真。其仿真结果如下。

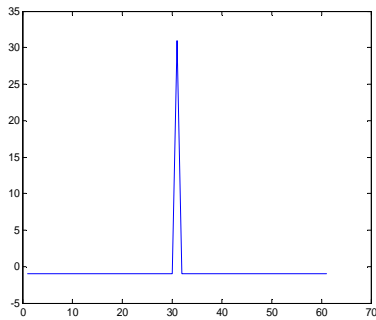


图 1 5 级 m 序列自相关特性

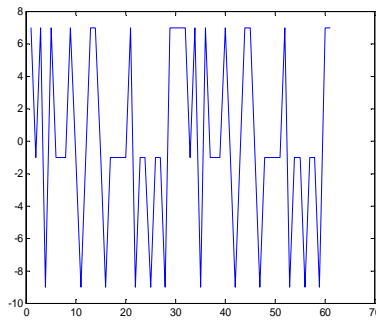


图 2 5 级 m 序列互相关特性 (5321 与 5431)

可以看到，m 序列具有尖锐的自相关特性；且归一化互相关值较小。

3.2 Gold 序列的相关特性

对于周期为 2^n-1 的 m 序列优选对生成的 gold 序列，具有与 m 序列优选对相类似的相关特性。其旁瓣的极大值满足 m 序列优选对的条件。Gold 序列的自相关函数当移位为 0 是，即为 m 序列优选对之一时，具有尖锐的自相关峰；其他移位时，自相关函数旁瓣具有三值特性。

以周期为 31 的 gold 为例进行相关特性得仿真试验，其结果如下。

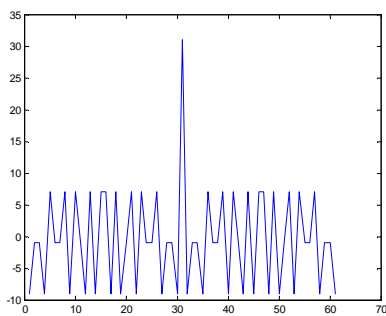


图 3 31 位 gold 码的自相关特性

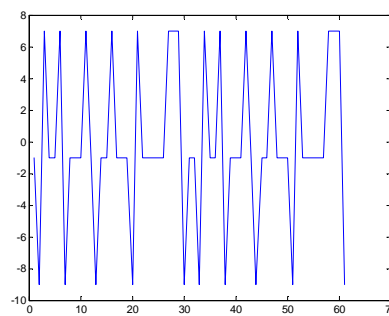


图 4 31 位 gold 码的互相关特性

可以看出，gold 序列的自相关特性具有尖锐的相关峰，但是自相关旁瓣的值不唯一，是三值的。并且其归一化互相关值较小。

3.3 两者相关特性比较分析:

由上面的两组仿真结果可以看出，m 序列具有尖锐的自相关特性，且自相关旁瓣值唯一；而 gold 序列的自相关旁瓣值是三值的；所以 m 序列的自相关特性优于 gold 序列的。而两者

的互相关特性之间并没有明显的优势一方。

4. 结束语

本文从基本原理、产生方法以及相关特性的仿真比较方面详细分析了两种常用的伪随机序列——m序列和 gold 序列。由仿真结果可以看出，在相关特性方面，m 序列总体优于 gold 序列。但是在地址码的数量上，gold 码具有比较明显的优势。

参考文献

- [1] 啜钢, 王文博, 常永宇, 李宗豪. 移动通信原理与系统[M]北京.北京邮电大学出版社, 2005.
- [2] 宋全有, 李振伟. 平衡 gold 序列的软件实现[J]. 商丘师范学院学报, 2006.

The Analysis and Comparison to m sequence and Gold sequence

Zhao Xinning

Information Engineering college, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing (100876)

Abstract

PN sequences play an important part in the system of spread spectrum. Gold sequence and m sequence, which are the practical one in all PN sequences, have its special characteristic. The article analyzes their basic principles and constructing means and, in particular, compares their performances with simulation.

Keywords: spread spectrum, m sequence, gold sequence

附录：A：m 序列相关特性仿真程序如下：

```
len=5;
L=2^len-1;
registersone=[0 0 0 0 1];
seqone(1)=registersone(1);
registerstwo=[0 0 0 0 1];
seqtwo(1)=registerstwo(1);
for i=2:L
    newregistersone(2:len) = registersone(1:len-1);
    newregistersone(1) = mod((registersone(5)+registersone(3)+registersone(2)+registersone(1)),2);
    %对应本原多项式[75], 即: 系数为5321;
    registersone=newregistersone;
    seqone(i)=registersone(1);
    newregisterstwo(2:len) = registerstwo(1:len-1);
    newregisterstwo(1) = mod((registerstwo(5)+registerstwo(4)+registerstwo(3)+registerstwo(1)),2);
    %对应本原多项式[67], 即: 系数为5431;
    registerstwo=newregisterstwo;
    seqtwo(i)=registerstwo(1);
end
translocationone=seqone;

for n=1:31
    translocationone(n+31)=translocationone(n);
```

```

end
for n=32:62
    translocationone(n+31)=translocationone(n-31);
end
%码序列循环延长，便于自互相关计算；
for k=1:61
    for j=1:31
        trans(j)=translocationone(j+k);
        mxor(j)=xor(seqone(j),trans(j));
        mxoronetwo(j)=xor(seqtwo(j),trans(j));
    end
    cor(k)=31-2*sum(mxor);
    coronetwo(k)=31-2*sum(mxoronetwo);
%相关值为：两序列对应模二加，相同的个数减去不同的个数；
end
subplot(2,1,1):plot(cor)
subplot(2,1,2):plot(coronetwo)

```

B: 31 位 gold 码序列相关特性仿真程序如下：

```

len=5;
L=2^len-1;
registersone=[0 0 0 0 1];
seqone(1)=registersone(1);
registerstwo=[0 0 0 0 1];
seqtwo(1)=registerstwo(1);
for i=2:L
    newone(2:len) = registersone(1:len-1);
    newone(1) = mod((registersone(5)+registersone(3)+registersone(2)+registersone(1)),2);
%对应本原多项式[75]，即：系数为5321；
    registersone=newone;
    seqone(i)=registersone(1);
    newtwo(2:len) = registerstwo(1:len-1);
    newtwo(1) = mod((registerstwo(5)+registerstwo(4)+registerstwo(3)+registerstwo(1)),2);
%对应本原多项式[67]，即：系数为5431；
    registerstwo=newtwo;
    seqtwo(i)=registerstwo(1);
end
tranone=seqone;
trantwo=seqtwo;
for k=1:31
    trantwo(k+31)=trantwo(k);
    goldone(k)=xor(tranone(k),trantwo(k));
    goldone(k+31)=goldone(k);
    goldtwo(k)=xor(tranone(k),trantwo(k+7));
    goldtwo(k+31)=goldtwo(k);
end
for k=32:62
    goldone(k+31)=goldone(k-31);
    goldtwo(k+31)=goldtwo(k-31);
end
end
for n=1:61
    for j=1:31
        translocation(j)=goldtwo(j+n);
        mxor(j)=xor(goldtwo(j),translocation(j));
        %gold码序列自相关；
        mxoronetwo(j)=xor(translocation(j),goldone(j));
        %gold码序列互相关；
    end
    cor(n)=31-2*sum(mxor);
    corgoldonetwo(n)=31-2*sum(mxoronetwo);
end
subplot(2,1,1):plot(cor)
subplot(2,1,2):plot(corgoldonetwo)

```