Proceedings of the 25th Chinese Control Conference
7-11 August, 2006, Harbin, Heilongjiang

基于平衡正交多小波与SOFM的图像压缩方法

王俊[1],康世华[2],刘映杰[2],马义德[2]
1. 武汉大学电气工程学院，湖北 武汉 430072
E-mail: wj780626@163.com
2. 兰州大学信息科学与工程学院，甘肃 兰州 730000
E-mail: kangshh03@163.com

摘要：考虑平衡正交多小波变换后系数分布的特点和子带各分量图象的相关性，构造输入矢量，并利用系数在三个方向分布来设计分块码本，用SOFM网络训练输入矢量得到最终的码本。对图像进行压缩处理，试验结果表明平衡多小波与SOFM的图像压缩算法比CL多小波与SOFM的图像压缩算法性能更好。

关键词：平衡多小波，矢量量化，SOFM网络，图像压缩

Image Compression Based on Balanced Orthogonal Multiwavelet and SOFM

Wang Jun[1], Kang Shihua[2], Liu Yingjie[2], Ma Yide[2]
1. School of Electrical Engineering, Wuhan University, Wuhan, Hubei, 430072, China
E-mail: wj780626@163.com
2. School of Information Science & Engineering, Lanzhou University, Lanzhou, Gansu, 730000, China
E-mail: kangshh03@163.com

Abstract: After considered balanced orthogonal multiwavelets transformation the coefficients distribution characteristic and the sub-belt various components image pertinency, structured input vector, and designed a minute block code tables imposing on the three orientation of coefficients, obtains the final code with the SOFM network training input vector. Carries on compression processing to the image, the test result indicated balances the multiwavelets and the SOFM image compression algorithm is better than the CL multiwavelets and the SOFM image compression algorithm performance.

Key Words: Balanced multiwavelets, vector quantification, SOFM network, image compression

1 引言(Introduction)

由于多小波既保持了单小波的诸多优点，又克服了单小波的缺陷，在实际应用中可以把十分重要的光滑性、正交性、对称性、紧支性等完美地结合在一起。理论上完美的多小波在实际应用中仍存在很多的问题，对信号处理需首先进行预滤波，而预滤波又会破坏所设计的多小波的特性等，这为多小波的应用带来了很大的困难。为了解决这一难题，许多学者对此进行了研究，并给出了一系列的预滤波器的设计。而Lebrun和Vetterli[1~3]提出的平衡多小波的理论则避免了在应用于信号处理使得预滤波，随后Seiesnick[4~7]也对平衡多小波做了大量的研究，并取得了一系列成果。

由于平衡多小波在应用中避免了预处理，保持了多小波的良好特性，图像经平衡多小波变换后其大部分系数为零或接近于零，可以对其进行SOFM矢量量化，从而达到较高的压缩比和重构图像性能。

2 平衡正交多小波及其选择(Balanced Orthogonal Multiwavelets and its Choice)

多小波的思想是将多个尺度函数生成的多分辨分析空间，以此来获得更大的自由度。与单小波不同，多小波基由多个小波母函数经过伸缩、平移生成，相应地有多个尺度函数。

在应用中，一般采用两个尺度函数 $\phi_1(t)$，$\phi_2(t)$ 生成的多小波，与尺度函数相对应有两个小波函数 $\psi_1(t)$，$\psi_2(t)$，多小波的多尺度函数和多小波函数满足如下尺度矩阵方程：

IEEE Catalog Number: 06EX1310

$$\begin{cases}\Phi(t) = \sum_{k\in Z} H_k \Phi(2t-k) \\ \Psi(t) = \sum_{k\in Z} G_k \Phi(2t-k)\end{cases}$$

式中，H_k 和 G_k 为 $r\times r$ 维系数矩阵。根据多小波的多分辨率分析，则有如下多小波分解和重构公式：

分解公式：$$\begin{cases}c_{j-1,k} = \sqrt{2}\sum_n H_n c_{j,2k-n} \\ d_{j-1,k} = \sqrt{2}\sum_n G_n c_{j,2k-n}\end{cases}$$

重构公式：

$$c_{j,n} = \sqrt{2}\sum_n (H_k^T c_{j-1,2k+n} + G_k^T d_{j-1,2k+n})$$

如果多小波变换中的矢量滤波器对不超过 p 阶的多项式保持不变，我们就称此多小波具有 p 阶平衡的多小波[4]。这样，常数矢量信号通过低通滤波其后仍为常数信号，低于 p 阶多项式的矢量信号通过低通滤波器仍为该多项式信号。Lebrun 和 Vetterli[8] 给出了构造二阶和三阶平衡正交多小波的方法，Selesnick[7] 给出了阶数更高的平衡多小波的构造算法。使用平衡正交多小波，对信号进行处理时不需要进行复杂的预处理，只需对原始信号分为奇数项和偶数项，合并构成初始向量作为多小波的输入向量即可。

在实际的图像处理应用中，一般都选择二阶多小波，2000 年 Selesnick 构造了二到四阶平衡多小波[7]，选择二阶平衡多小波，其对应的滤波器为：

$$\boldsymbol{H}_0 = \begin{bmatrix} 0.022097 & 0 \\ 0.002807 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_1 = \begin{bmatrix} 0.173970 & 0.707107 \\ 0.022097 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_2 = \begin{bmatrix} 0.662913 & 0 \\ 0.171163 & 0.707107 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_3 = \begin{bmatrix} -0.171163 & 0 \\ 0.662913 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_4 = \begin{bmatrix} 0.022097 & 0 \\ -0.173970 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_5 = \begin{bmatrix} -0.002807 & 0 \\ 0.022097 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}_0 = \begin{bmatrix} -0.022097 & 0 \\ -0.002807 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}_1 = \begin{bmatrix} -0.173970 & 0.707107 \\ -0.022097 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}_2 = \begin{bmatrix} -0.662913 & 0 \\ -0.171163 & 0.707107 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}_3 = \begin{bmatrix} 0.171163 & 0 \\ -0.662913 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}_4 = \begin{bmatrix} -0.022097 & 0 \\ 0.173970 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}_5 = \begin{bmatrix} 0.002807 & 0 \\ -0.022097 & 0 \end{bmatrix}$$

由于两个尺度函数和两个小波函数满足对称、正交、二阶平衡，比较适合于信号处理。

3 图像的平衡正交多小波分解系数分布特征（Image Balanced Orthogonal Multi- wavelets Resolution Ratio Distributed Characteristic）

对一幅 256×256 图像进行平衡正交多小波变换，变换的次数以 3～4 次比较合适。图像经过平衡正交多小波变换后，图像的大部分能量都集中在最低频子图像分量上，其他子图象分量所包含的能量较小，因此在图像编码时把最低频子图像分量与其他子图象分量区别对待。具体的编码方法如下：

（1）对于最低频子图像分量采用无损的 huffman 编码；

（2）其他较高频子图像一起编码，这些子图像编码的目的时恢复原图像的边缘信息，采用矢量量化编码。

4 算法方案（Algorithm Plan）

算法主要考虑平衡正交多小波分解的特点和 SOFM 神经网络的特点进行设计[9]。

（1）按照平衡正交多小波分解图像后系数间的相关性，构造矢量；

（2）考虑神经网络训练时间和性能，分 3 个方向分别进行矢量量化；

（3）该方法进行矢量量化具有一定的通用性。

1）训练图像的选择

对于任意的图像，矢量量化系统的编、解码端都依赖于同一的码本。这就要求码本具有一定的通用性，即对于任意的图像，经过矢量量化后，都应具有较好的重建图像质量。因而，在选取训练图像时，应该选取尽可能多的各个频率分量丰富的图像作为训练图像，如 Lena、woman 图像。

2）矢量量化器的选取和参数设计

选用具有自学习和自适应输入空间的自组织特征映射 SOFM 作为矢量量化器，自组织特征映射 SOFM 的具体算法见文献[10]。

这里对算法中的输入数据[11]、学习速率和领域变化作进一步的改进。

① 对输入数据进行正则化

考虑输入图像的种类多的特点，因此在输入数据进入网络训练前进行正则化的处理。其处理方式为：

将输入数据：

$$X^k = [X_1^k(t), X_2^k(t), \cdots, X_N^k(t)]$$

转化为：$\xi^k = [\xi_1^k(t), \xi_2^k(t), \cdots, \xi_N^k(t)]$

其中：

$$\xi_i^k(t) = (X_i^k(t) - \mu^k(t))/\sigma^k(t) \quad i = 1,2,\cdots,N$$

$$\mu^k(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i^k(t), i = 1,2,\cdots,N$$

$$\sigma^k(t) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i^k(t) - \mu^k(t))^2} \quad i = 1,2,\cdots,N$$

② 学习速率设为：$\eta(t)=\eta(0)\mathrm{e}^{-t/T_1}$

③ 领域变化为：$N_c(t)=N_c(0)\mathrm{e}^{-t/T_2}$

其中，T_1 和 T_2 为给定的常数。

3）网络的输入矢量[9]的构造

有效地组织平衡正交多小波系数，是实现图像压缩良好性能的关键。在使用矢量量化时，要综合考虑码书的尺寸和图像压缩比及重构质量。由于图像经过平衡正交多小波变换后，其大部分系数为零或接近于零，可以增加码矢的维数来提高压缩比，本文，我们将码矢维数定为 256；同时，我们将码本分为三个子集，分别为水平、垂直和对角线方向的，这样，不但减少了编、解码的时间，也能实现 3 个子网络的并行处理，提高了运算速度。

以多小波系数组成 84 维矢量，作为 16×32 个神经元 SOFM 网络的输入矢量进行训练，具体矢量的构成见文献[9]所示。

对这三个方向的矢量集合分别建立对应的 SOFM 网络，通过图像来训练这 3 个网络，并设定相关的参数。这样做考虑了 3 个方向上的差异，建立相应的码本空间，提高了码本的性能；同时 3 个码本空间同时生成，提高了码本的生成速度。

5 试验与性能分析(Experiment and Performance Analysis)

我们选用 Selesnick 平衡正交多小波对图像进行变换，变换后的图像系数按照文献[9]所示的方法构造矢量，对 3 个方向上的系数分别进行网络训练；在接受端，按照接受的码矢标号，在码本空间中寻找相应的矢量，进行图像的恢复。训练图像选用了 Lena、peppers、woman1 和 woman2。网络训练好后，用 Lena、peppers、woman1 和 woman2 图像进行了矢量量化试验，其结果如图 1 所示。

从重构图像来看，图 d、f 中的细节成分恢复较好，尤其是图 f 的头发部分，恢复图像的主观效果也较好；从峰值信噪比（表 1）来看，也获得比较满意的结果。

从上述结果来看，只要选取较好的训练集合，通过 SOFM 网络训练后获得的码本具有良好的通用性，基本上可以恢复原始图像的全貌。

6 小结(Subtotal)

Selesnick 平衡正交多小波变换与自组织特征映射神经网络相结合进行图像多小波系数的矢量量化，在压缩比较大（48∶1），得到较好的主观和客观上的重构图像质量。在矢量量化过程中，根据平衡正交多小波系数的方向性和相关性，构造 3 个 SOFM 网络，生成 3 个码本空间，有利于图像编码的并行处理，从而提高编码速度。试验证明，平衡正交多小波比 CL 多小波的 SOFM 矢量量化方法设计的码本具有更好的编码性能。

图 1 Selesnick 平衡正交多小波变换后不同图像压缩重构图像

表 1 不同多小波不同图像压缩性能结果对比表
（压缩比为 48∶1）

图 像	Selesnick 平衡正交多小波		CL 多小波	
	PSNR（峰值信噪比）	RMSE（均方根误差）	PSNR（峰值信噪比）	RMSE（均方根误差）
Lena	32.61	0.0234	31.41	0.0269
woman1	33.37	0.0215	32.84	0.0228
woman2	38.39	0.012	36.74	0.0146
peppers	33.66	0.0207	32.04	0.025

参考文献

[1] J Lebrun, M Vetterli. Higher order balanced multiwavelets. ICASSP, Vol. 3. 1529-1532, 1998.

[2] Jerome Lebrun, Mart in Vetterli. Balanced mult iwavelet st heory and design[J]. IEEE Trans on Signal Processing, Vol. 46, No. 4: 1119-1125, April 1998.

[3] J Lebrun, M Vetterli. Balanced multiwavelets[C]. Proc IEEE ICASSP, No. 3. 2473-2476, 1997.

[4] I W Selesnick. Multiwavelet bases with extra approximation properties[J]. IEEE Trans. On Signal Processing, Vol. 46, No. 11: 2998-3021, 1998.

[5] I W Selesnick. Balanced GHM-like multiscaling functions [J]. IEEE SignalProcessing Letters, Vol. 6, No. 5. 111-112, 1999.

[6] I W Selesnick. Interpolating multiwavelet bases and the sampling theorem[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 47, No. 6: 1615-1621, 1999.

[7] I W Selesnick. Balanced multiwavelet bases based on symmetric FIR filters[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 48, No. 1: 184-191, 2000.

[8] J Lebrun, M Vetterli. High order balanced multiwavelets: Theory, factorization and design[J]. IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 49, No. 9: 1918-1930, 2001.

[9] 宫铭举,王汝霖,李国新. 基于 CL 多小波与 SOFM 的图像矢量量化[J]. 计算机应用研究, No. 8: 238-240, 2005.

[10] 高隽. 人工神经网络原理及仿真实例[M]. 北京:机械工业出版社, 2003.

[11] 谭建豪,章兢. 基于 SOFM 神经网络的 IP 电话语音压缩编码设计[J]. 计算机与现代化, 2006, No. 1: 1-4