## 制造业自动化

# 薄圆盘形转子5自由度磁悬浮轴承系统研究

Research on system of thin disc rotor five DOF magnetic bearing

马磊忠,徐龙祥

MA Lei-zhong, XU Long-xiang

(南京航空航天大学 机电学院,南京 210016)

摘 要:本文研制了一种新型的薄圆盘形转子5自由度磁悬浮轴承系统,介绍了其基本结构和工作原理,计算推导了此系统的数学模型,得到了5个自由度之间的耦合情况,主要有惯性耦合和陀螺效应耦合,并求出了此系统数学模型的状态方程,由状态方程可知此系统是可以控制的,为盘类转子磁悬浮轴承系统的设计提供了参考。采用经典PID分散控制策略对系统进行了实验研究,给出了PID控制的实验波形。实验结果表明此耦合系统强制解耦后采用经典PID分散控制 能够使5个自由度同时稳定悬浮。

关键词: 薄圆盘形转子; 磁悬浮轴承; 解偶 中图分类号: TH133.3 **文献标识码:** A

### 0 引言

主动磁悬浮轴承是一种利用可控电磁力作用将 转子悬浮于空间、使转子和轴承分开、实现无机械 接触的新型高性能轴承,与传统的滚动和滑动轴承 相比,磁悬浮轴承具有无机械接触、无磨损、无须 润滑等一系列优良品质,使它广泛应用于能源、交 通、超高速、航空航天等领域。

国外曾经有文献<sup>[1-2]</sup>提出过几种类似薄圆盘形转 子磁悬浮轴承系统的观点,国内也有文献<sup>[3]</sup>提出过, 此类轴承轴向可以做的很短,更大地缩减了轴向体 积。与轴类磁悬浮轴承相比薄圆盘形转子磁悬浮轴 承同样也为5个自由度,不同的是其轴向为3个自 由度,采用3个轴向磁悬浮轴承做支撑,径向为2个 自由度,采用一个径向磁悬浮轴承做支撑。本文对 该系统进行了数学建模分析,并得到了5自由度之 间的耦合情况,其5个自由度之间是存在耦合的,这 种耦合主要表现为惯性耦合和陀螺效应耦合,为今 后对该系统采用分散控制和集中控制奠定了基础。

## 1 薄圆盘形转子5自由度磁悬浮轴承

## 系统的结构和工作原理

薄圆盘形转子5自由度磁悬浮轴承系统的基本 结构如图1所示,由轴向磁悬浮轴承、径向磁悬浮 轴承、薄圆盘形转子、盘式电机、轴向和径向传感 器等组成。轴向磁悬浮轴承和径向磁悬浮轴承都为 **文章编号:** 1009-0134(2009)01-0031-04

差动结构。采用PID分散控制策略,5个自由度单独 控制。

此系统轴向3个自由度(沿z轴的移动和绕x、 y轴的转动)用3个轴向磁悬浮轴承控制,采用3点 确定一个平面的原理使圆盘能够工作在一个平面 上,用一个径向磁悬浮轴承控制圆盘在径向2个自 由度(沿x、y轴)的移动,只有绕z轴转动的自由 度不施加控制,这样5个自由度的磁悬浮轴承同时 工作使薄圆盘形转子悬浮起来。转子稳定悬浮后盘 式电机开始工作,使转子转动起来。



图1 薄圆盘形转子5自由度磁悬浮轴承基本结构

收稿日期: 2008-10-14

作者简介:马磊忠(1980-),男,山西榆次人,硕士研究生在读,主要研究方向为磁悬浮轴承。

### 2 系统数学模型的建立



图2 薄圆盘形转子结构简图

在以下分析中均按如下设定:转子结构简图如 图2所示,是刚性的,不发生几何变形。c为转子的 质心,以质心为原点建立三维坐标系,3个坐标轴的 方向均满足右手螺旋定则。m为转子质量,  $\omega$ 是转 子绕z轴转动的角速度, $J_x$ , $J_y$ , $J_z$ 分别为转子绕x、 y、z轴转动的转动惯量,由于其对称性故有, $J_x=J_y=J$ ,  $\theta_x$ , $\theta_y$ 分别为转子处于平衡位置时受到扰动后绕x、 y轴转动了的角度值, $a_1$ , $a_2$ , $a_3$ 分别为3个轴向轴 承的支撑点,3个支撑点在一个圆周上均匀分布,r为轴向3个支撑点到薄圆盘形转子质心的距离。磁 悬浮磁轴承产生的电磁力分别沿x、y、z轴平行的方 向,且规定沿坐标轴的正方向为正方向,根据牛顿 运动定理和动量矩定理,可以得到以下的转子运动 方程:

$$\begin{cases} mx_{c}'' = F_{x} \\ my_{c}'' = F_{y} \\ mz_{c}'' = F_{z1} + F_{z2} + F_{z3} \\ J\theta_{x}'' + J_{z}\omega\theta_{y}' = \sqrt{3}/2(F_{z2}r - F_{z3}r) \\ J\theta_{y}'' - J_{z}\omega\theta_{x}' = F_{z1}r - 1/2(F_{z2}r + F_{z3}r) \end{cases}$$
(1)

 $x''_{e}$ 、 $y''_{e}$ 、 $z''_{c}$ 、 $\theta''_{x}$ 、 $\theta''_{y}$ 分别为各变量对时间的 二阶导数, $\theta'_{x}$ 、 $\theta'_{y}$ 分别为各变量对时间的一阶导数,  $F_{x}$ 、 $F_{y}$ 、 $F_{z1}$ 、 $F_{z2}$ 、 $F_{z3}$ 分别为轴向和径向磁悬浮轴承 所产生的电磁力,可表示为:

$$\begin{cases}
F_{x} = k_{x}x + k_{ix}i_{x} \\
F_{y} = k_{y}y + k_{iy}i_{y} \\
F_{z1} = k_{z1}z_{1} + k_{i1}i_{1} \\
F_{z2} = k_{z2}z_{2} + k_{i2}i_{2} \\
F_{z3} = k_{z3}z_{3} + k_{i3}i_{3}
\end{cases}$$
(2)

(2)式中, x、y、 $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_3$ 适分别为转子受到扰 动后在磁悬浮轴承的支撑处相对于其在平衡位置时 的位移值,  $i_x$ 、 $i_y$ 、 $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ 分别为轴向磁悬浮轴承 和径向磁悬浮轴承线圈中的控制电流,  $k_x$ 、 $k_y$ 、 $k_{a1}$ 、  $k_{a2}$ 、 $k_{a3}$ 为位移刚度系数,  $k_{ix}$ 、 $k_{iy}$ 、 $k_{i1}$ 、 $k_{i2}$ 、 $k_{3}$ 为电 流刚度系数。

把圆盘的工作面看成一平面,那么图2中圆盘 平面的方程为:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}(-2z_1 + z_2 + z_3)x + \frac{3}{2}(-z_2 + z_3)y + \frac{3\sqrt{3}}{2}rz - \frac{\sqrt{3}}{2}r(z_1 + z_2 + z_3) = 0$$
(3)

经过计算可求得圆盘平面与 x 轴和 y 轴的夹角 分别为:

$$\begin{cases} \sin\theta_{y} = \frac{2z_{1} - z_{2} - z_{3}}{\sqrt{(-2z_{1} + z_{2} + z_{3})^{2} + 3(-2z_{2} + z_{3})^{2} + 9r^{2}}} \\ \sin\theta_{x} = \frac{3(z_{2} - z_{3})}{\sqrt{3(-2z_{1} + z_{2} + z_{3})^{2} + 9(-2z_{2} + z_{3})^{2} + 27r^{2}}} \end{cases}$$
(4)

由于磁悬浮轴承的工作间隙很小,  $f_{z_1, z_2, z_3} \ll r$ ,  $|\theta_1| \ll 1$  和  $|\theta_2| \ll 1$ , 所以

$$\begin{cases} \theta_{y} \approx \sin \theta_{y} \approx \frac{2z_{1} - z_{2} - z_{3}}{3r} \\ \theta_{x} \approx \sin \theta_{x} \approx \frac{z_{2} - z_{3}}{\sqrt{3}r} \end{cases}$$
(5)

这样就可以得出,  $[x_c \ y_c \ z_c \ \theta_x \ \theta_y]^T$ 与 $[x \ y \ z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ 的关系为:

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}r} & -\frac{1}{\sqrt{3}r} \\ 0 & 0 & \frac{2}{3r} & -\frac{1}{3r} & -\frac{1}{3r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix}$$
(6)

制造业自动化

经过计算可得到转子最终的运动微分方程为:

	m  0  0		)	0			C	) –				
	0 m			્ (	)	0			0		$\begin{bmatrix} x'' \end{bmatrix}$	
	0	0	m	$\frac{mr^2 + 4J}{9r^2}$ $\frac{mr^2 - 2J}{2r^2}$		$\frac{mr^2 - 2J}{9r^2}$ $\frac{mr^2 + 4J}{9r^2}$		J	$mr^2$	$\frac{-2J}{2}$	y"	
								T	9r	 רי	$z_1''$	
	0	0	$\underline{m}$					<u> </u>	$\frac{mr}{0}$	- 25	$z_2''$	
			m	$r^{2}$	r -2.1	mr	$\frac{9r}{2} - 2$	J	$mr^2$	+ 4.J	$z_3''$	
	0	0		91	r <sup>2</sup>		$\frac{-}{9r^2}$		91	2		
			[0]	0	0	0	0	[ x′ <sup>-</sup>	1	-		
+.		$\frac{\omega}{r^2}$	0	ñ	0 0	Ô	0	v'				
	$2J_z$		0	0	0	1	1	y ~'				
	3√3		0	0	1	1	-1	<sup>2</sup> 1				
			0	0	-1	0	1	$Z_2$				
	_		0	0	I	-1	0	$z_3$	]	_		
	-k	x	0		0	0		0	x			
	0		$-k_{j}$	v	0	0	I	0	y y			
+	0		0		$-k_{z1}$	0	ł	0	$   z_1$			(7)
	0		0		0	-k	72	0	$z_2$			(i)
	0		0		0	0		- k.,	$z_3$			
1	「_ <i>▶</i>		0		0	0		0		]		
	$-\kappa_{ix}$ 0 0		$-k_{iy}$		0	0		0	$i_x$ $i_y$	0		
+						0		0				
			0		$-\kappa_{i1}$	0		0	<i>l</i> <sub>1</sub>	=0		
	0		0		0	- K	·i2	0	12			
	0		0		0	0	) .	$-k_{i3}$	$i_3$			
	$m_{-}$	_	(m	~ <sup>2</sup> _	+4J	)/9r	2					
ج												
	$\int m_0$		(8)									
	a		( )									
	-											

*m*<sub>2</sub>为转子轴向3个自由度上的等效质量,也可称之为当量质量,*m*<sub>0</sub>为耦合质量,*a*称为系统的陀 螺效应系数。从(8)式中可以看出,轴向3个自由度 之间存在惯性耦合和陀螺效应耦合,轴向3个自由 度与径向2个自由度之间则不存在这两种耦合。惯 性耦合的解耦可以通过机构解耦,即设计合理的转 子结构,使得耦合质量*m*<sub>0</sub>尽可能最小,使其耦合程 度大大减小;当转速*ω*较低时,则可以忽略陀螺效 应耦合。

3 系统数学模型的状态方程

为了简便起见,下面我们还是以磁悬浮轴承支 撑处转子的位移来进行理论分析。同样假设磁悬浮 轴承转子处于小范围运动情况下,我们选取系统的 状态向量、控制向量、输出向量分别为:

$$X(t) = [x \quad y \quad z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad x' \quad y' \quad z'_1 \quad z'_2 \quad z'_3]^T$$

$$U(t) = [i_x \quad i_y \quad i_{z1} \quad i_{z2} \quad i_{z3}]^T$$

 $Y(t) = [x \ y \ z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ 

那么,薄圆盘形转子5自由度磁悬浮轴承的力 学模型可用以下状态方程来表示:

$$\begin{cases} X(t)' = AX(t) + BU(t) \\ Y(t) = CX(t) \end{cases}$$
(9)

X(t)是 10×1 矩阵向量A 阵是 10×10 的常数阵Y(t)是 5×1 的向量C 阵是 5×10 的常数阵U(t)是 5×1 的向量B 阵是 10×5 的常数阵

这就是考虑了惯性耦合和陀螺效应耦合的薄圆 盘形转子5自由度磁悬轴承的状态方程,由此可见 此系统是可以控制和可以观察的。

### 4 实验分析

图 3 是薄圆盘形转子 5 自由度磁悬浮轴承系统 的实物图,系统的具体参数:转子质量为 6kg,轴向 磁悬浮轴承工作气隙  $\delta_1$  (单边)为 0.35mm,线圈匝 数  $N_1$ 为 200 匝,单个磁极的面积  $A_1$ 为 314mm<sup>2</sup>,偏 置电流  $I_{01}$ 为 1.2A;径向磁悬浮轴承工作气隙  $\delta_2$  (单 边)为 0.25mm,线圈匝数  $N_2$ 为 160 匝,单个磁极的 面积  $A_2$ 为 110mm<sup>2</sup>,偏置电流  $I_{02}$ 为 2A,传感器的灵 敏度为 8V/mm。



图 3 薄圆盘形转子 5 自由度磁悬浮轴承系统

控制策略采用经典 PID 分散控制,由于此系统 模型为耦合模型,需对其进行解耦,在本次统中可 以求得当量质量 *m*<sub>2</sub>=1.78 kg,耦合质量 *m*<sub>0</sub>=0.11kg, 可以看出当量质量比耦合质量大很多,这里把耦合 质量强制忽略掉,令(7)中第一个矩阵为 D,那么

	6.00	0	0	0	0	
	0	6.00	0	0	0	
<i>D</i> =	0	0	1.78	0	0	
	0	0	0	1.78	0	
	0	0	0	0	1.78	
						【下转第57页】

第31卷 第1期 2009-01 【33】

# 制造业自动化

tion—的过程中, cpu将不会被网络分析任务抢占, 汇 编指令被打断的情况也不再发生。经测试表明, 火 控系统从上位机收到的发射命令与火控系统向下位 机下达的武器开盖命令一致, 系统可靠性得以保证。

### 6 结束语

原子操作本身必须是短而精的,它不能操作复杂或长时间占用cpu,否则即使正确添加了保护,也 有可能造成死锁甚至系统崩溃。本文结合火控系统 实际应用,详细分析了武器开盖任务与网络分析任 务在执行系统指令时原子操作错误的实质,通过添 加互斥信号灯的方法解决了低优先级任务原子操作

### 

【上接第 33 页】

转速较低时可以忽略陀螺效应耦合,整个耦合 系统就可解耦为5个独立的自由度了。

在进行试验调试过程中观察通过传感器输出的 电压信号来判断系统是否悬浮,传感器的检测电压 为0~5V,当传感器输出的电压信号为2.5V时表明 转子已经悬浮。实验调试时先对每个自由度单独进 行调试,各个自由度稳定悬浮后再进行5个自由度 一起调试。由于此系统5自由度之间轴向3个自由 度(第1、2、3自由度)相互耦合,径向两个自由 度(第4、5自由度)之间以及与其它3个自由之间 相互独立,故这里只截取了轴向3个自由度(第1、 2、3自由度)和径向一个自由度(第4自由度)的 实验波形,实验波形图如图4所示:



#### 图4 5自由度同时悬浮时的位移波形图

从实验波形图可以看出采用分散控制能够使5 个自由度同时悬浮,从波形的平滑程度看,本系统 易被打断的问题,提高了系统的可靠性。软件经测 试表明,火控系统的实时性,准确性均达到设计标 准,完全满足用户要求。

### 参考文献:

- 李放敏.VxWorks高级程序设计[M].北京:清华大学出版 社,2004.
- [2] Wind River.VxWorks BSP 开发人员指南.王金刚,苏琪,杨 锡劢,译.北京:清华大学出版社,2003.
- [3] 王金刚,宫宵霖,杨锡劢等.基于 VxWorks嵌入式实时系统 设计[M].北京:清华大学出版社,2004.
- [4] 王学龙.嵌入式 VxWorks 系统开发与应用[M].北京:人民 邮电出版社,2003.

的悬浮效果还是不错的。转子稳定悬浮后盘式电机 开始工作,使转子转动起来。关于转子的转动将另 文讨论。

### 5 结论

本文针对一种新型的薄圆盘形转子5自由度磁 悬浮轴承结构和整个系统模型进行了具体的研究, 这种结构的磁悬浮轴承和以往的轴类磁悬浮轴承相 比有很大的不同,这种结构的磁悬浮轴承轴向可以 做得很短,适合一些轴向空间小的场合使用。

通过对整个系统数学建模分析得出了整个系统 5个自由度之间的耦合情况:与轴类磁悬浮轴承一 样同样存在惯性耦合和陀螺效应耦合,并对其进行 解耦。最后通过试验调试,采用经典PID分散控制 系统对整个系统实施控制,使转子稳定悬浮。结果 证明经过强制解耦后此系统可以稳定悬浮。

#### 参考文献:

- Koichi Oka, Toshiro Higuchi. Magnetic Suspension System with Permanent Magnet Motion Control[J]. Fourth International Symposium on Magnetic Bearings, 1994, 8:131-137.
- [2] Ju Jin, Toshiro Higuchi, Manabu Kanemoto. Electrostatic Silicon Wafer Suspension[J]. Fourth International Symposium on Magnetic Bearings, 1994,8:343-348.
- [3] 文湘隆,杨怀玉.基于盘类转子的磁力轴承系统研究[J].北 京:通用机械,2005,7:81-83.
- [4] 胡业发,等.磁力轴承的基础理论与应用[M].机械工业出版 社,2006.3.
- [5] 王晓光,等.磁悬浮盘片支承原理的研究[J].湖北工业大学 学报,2007,22(4):14-17.