

微小型四旋翼无人直升机主要处于悬停飞行状态，其姿态角变化范围比较小；此外，我们认为 MIMU 具有良好的线性特性。因此，标度因数误差和不对称性误差都可以忽略，传感器误差包括：安装误差  $R_{install}$ 、漂移误差  $\Delta$  和 Gauss 白噪声  $w$ 。

根据以上分析，传感器量测值 (measurement) 与真实值 (actual) 之间有如下关系：

$$\begin{bmatrix} p_{meas} \\ q_{meas} \\ r_{meas} \end{bmatrix} = R_{install} \begin{bmatrix} p_{actual} \\ q_{actual} \\ r_{actual} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_p \\ \Delta_q \\ \Delta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_p \\ w_q \\ w_r \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{bmeas} \\ \ddot{y}_{bmeas} \\ \ddot{z}_{bmeas} \end{bmatrix} = R_{install} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{bactual} + \beta_{x_b} (|q_{actual}| + |r_{actual}|) \\ \ddot{y}_{bactual} + \beta_{y_b} (|p_{actual}| + |r_{actual}|) \\ \ddot{z}_{bactual} + \beta_{z_b} (|p_{actual}| + |q_{actual}|) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_{x_b} \\ \Delta_{y_b} \\ \Delta_{z_b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{x_b} \\ w_{y_b} \\ w_{z_b} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

其中， $\beta$  为加速度计安装方向与体坐标系之间的偏差，它将导致机体转动引起的离心加速度附加到传感器量测值中去。

将式 (2.60)、(2.62) 代入 (5.33) 和 (5.34) 可得：

$$\begin{bmatrix} p_{meas} \\ q_{meas} \\ r_{meas} \end{bmatrix} = R_{install} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_p \\ \Delta_q \\ \Delta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_p \\ w_q \\ w_r \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{bmeas} \\ \ddot{y}_{bmeas} \\ \ddot{z}_{bmeas} \end{bmatrix} = R_{install} \begin{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{x_b} (|q_{actual}| + |r_{actual}|) \\ \beta_{y_b} (|p_{actual}| + |r_{actual}|) \\ \beta_{z_b} (|p_{actual}| + |q_{actual}|) \end{bmatrix} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_{x_b} \\ \Delta_{y_b} \\ \Delta_{z_b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{x_b} \\ w_{y_b} \\ w_{z_b} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

这里为了简便，没有将式 (5.36) 中体坐标系下的真实角速率转换为状态变量表示形式。

假设在  $T$  时间段内，微小型四旋翼无人直升机的线加速度不变，则有：

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_k & \ddot{y}_k & \ddot{z}_k \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\dot{x}_k - \dot{x}_{k-1}}{T} & \frac{\dot{y}_k - \dot{y}_{k-1}}{T} & \frac{\dot{z}_k - \dot{z}_{k-1}}{T} \end{bmatrix}^T \quad (5.37)$$

将式 (5.37) 带入离散化后的 (5.35) 和 (5.36)，可得如下形式的量测方程：

$$Y_k = h(X_k) + n_k \quad (5.38)$$

其中， $n_k$  为 Gauss 白噪声，且  $n_k \sim N(0_{6 \times 1}, R_n)$ 。

### § 5.3.2 仿真实验与分析

将状态估计模块加入到微小型四旋翼无人直升机的 Backstepping 飞行控制回路中进行仿真。设初始状态量为  $X_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ ，其余状态的初始值均为 0；对传感器反馈回来的加速度、体坐标系下角速率分别引入范围在  $\pm 0.5m/s^2$ 、 $\pm 20^\circ/s$ ，期望均为 0 的噪声；三个轴向上的安装误差均为  $5^\circ$ ；漂移误差全部设定为 0。传感器采样频率为 100HZ

时，仿真结果如图 5.2 和 5.3。

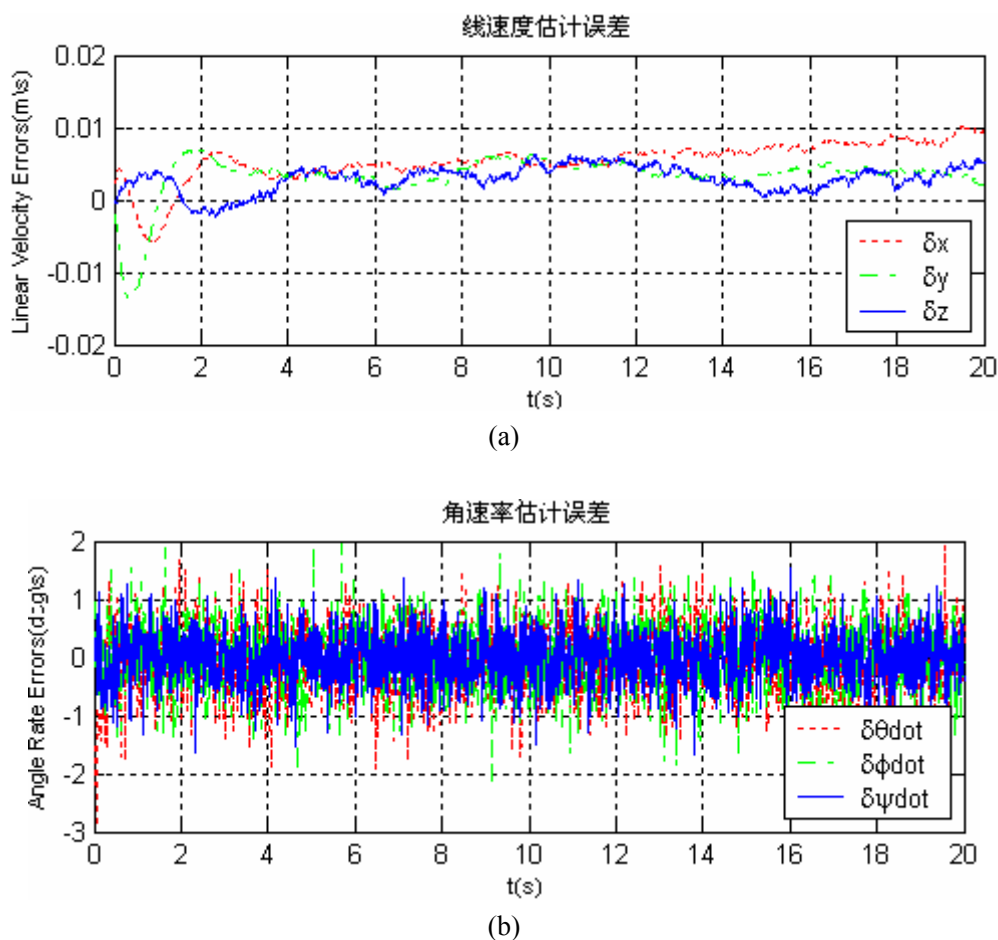
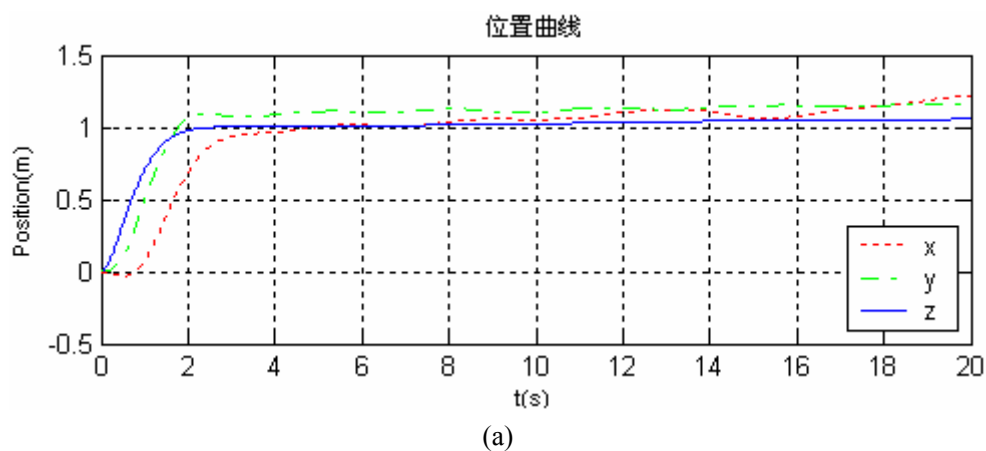


图 5.2 状态估计误差

图 5.2 为状态量  $X_k$  的估计误差结果。从图中可以看出，角速率估计误差始终在  $\pm 2^\circ/s$  的范围内；初始滤波阶段线速度的估计误差相对较大，这主要是由于滤波延迟造成的。最终，线速度估计误差均小于  $0.01m/s$ 。



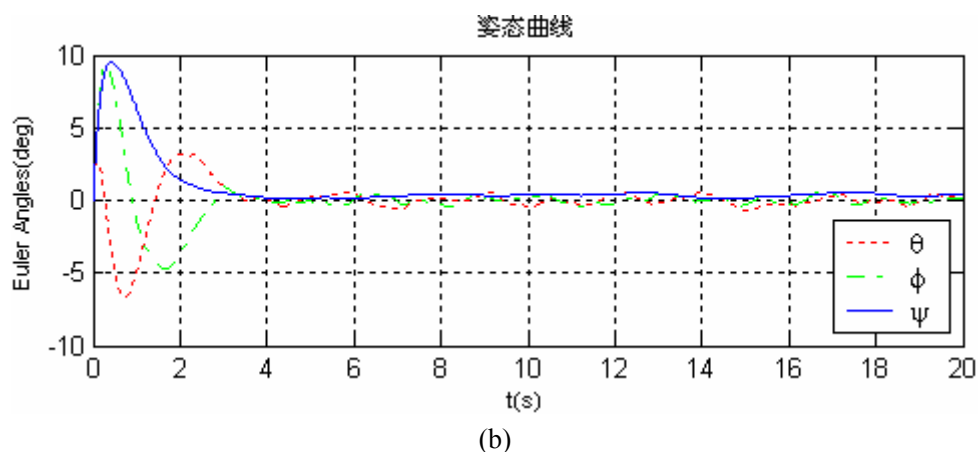


图 5.3 内嵌 SR-UKF 的飞行轨迹和姿态

Backstepping 控制器从 SR-UKF 状态估计模块获取状态反馈量时，飞行器的真实轨迹和姿态如图 5.3。从图中可以看到，由于状态估计器能够很好地、实时地估计出所需要的状态变量，在存在各种误差和噪声的情况下，整个控制系统依然能够很好地控制微小型四旋翼无人直升机的飞行轨迹和姿态。但是，由于存在状态估计误差，出现了一定的控制误差。

## § 5.4 本章小结

本章讨论了微小型四旋翼无人直升机的状态估计问题。利用 SR-UKF 滤波方法，结合离散状态方程和量测方程，对控制所需的状态反馈量进行估计。仿真结果表明：该方法能够准确地估计出飞行器状态，而且具有易于实现，计算量小，数值稳定性高的优点；增加状态估计模块后的 Backstepping 控制系统仍然能够较好地实现微小型四旋翼无人直升机定点悬停控制。

## 第六章 总结与展望

微小型四旋翼无人直升机在军事、民用方面都有十分广阔的应用前景，其建模与非线性控制涉及多学科、多领域内容。目前，国际上在这方面的研究正处于发展阶段，国内则还处于初级阶段。本文从微小型四旋翼无人直升机数学模型的建立开始，设计了两种飞行控制算法，并利用 SR-UKF 进行了状态估计，研究结果对微小型四旋翼无人直升机的进一步研制具有重要理论和实际意义。纵观全文，本课题主要完成了以下几方面的工作：

1、综述了微小型四旋翼无人直升机的研究现状及相关技术，论述了开展这方面研究的重要意义。

2、建立了微小型四旋翼无人直升机的数学模型。针对自行研制的微小型四旋翼无人直升机原型样机，对其旋翼空气动力学、动力系统和刚体动力学进行数学建模，推导出了全状态非线性系统方程，并将之变换为仿射非线性形式。

3、针对微小型四旋翼无人直升机的欠驱动特性，设计了基于 Backstepping 的飞行控制算法。仿真实验表明该方法能够实现微小型四旋翼无人直升机定点悬停和轨迹跟踪飞行控制，并具有一定鲁棒性。

4、应用“误差-误差”原理，针对微小型四旋翼无人直升机的直接驱动状态，设计了 ADRC 控制器，并利用 PD-ADRC 双闭环控制器消除了欠驱动状态引起的零动态。仿真结果表明该方法能够实现微小型四旋翼无人直升机悬停控制，并具有一定鲁棒性。

5、采用 SR-UKF 滤波方法，结合微小型四旋翼无人直升机的离散状态方程和量测方程，实现了对控制器所需状态变量的估计，并通过仿真实验验证了该方法的有效性。

本文仅对微小型四旋翼无人直升机的建模与非线性控制进行了初步研究，还有许多问题有待于进一步深入和扩展。从实际应用的角度来看，论文认为有必要进一步开展以下几方面研究：

1、模型验证。论文仅利用数学方法对微小型四旋翼无人直升机进行了理论建模，模型准确性尚需验证，因此有必要通过在实际系统上进行系统辨识，得出能与数学模型相比较的辨识模型。

2、控制器设计及实现。论文中提出的控制器设计都是基于连续系统的，而实际的系统控制器设计必须基于离散系统进行，因此有必要针对实际系统设计进行进一步研究。

3、其它智能控制方法。不论是数学模型还是辨识模型，都不能完整地反映微小型四旋翼无人直升机的特性，论文仅利用 Backstepping 和 ADRC 方法进行了初步的尝试，其它如神经网络、遗传算法、专家系统等智能控制方法在微小型四旋翼无人直升机上的应用同样是值得研究的内容。

4、状态估计方法的进一步完善。论文的状态估计部分只考虑了几种典型的误差，而且只是进行了理论性的仿真实验，并没有针对实际的惯性测量器件进行研究，这远不能满足实际应用的要求，还需要做进一步的研究。

5、系统集成。论文的研究对象微小型四旋翼无人直升机尚处于原型机阶段，在体积、重量、飞行控制系统、微小型惯导器件、无线通信等方面都还需要做进一步研究，进行系统集成的研究无疑对于微小型四旋翼无人直升机实用化有重要意义。