

H 鲁棒控制与 PID 控制相结合的 无人机飞行控制研究

江 琼, 陈怀民, 吴佳楠

(西北工业大学自动化学院, 西安 710072)

摘 要: 针对无人机飞行过程中出现的参数摄动和外部扰动带来的影响,在经典 PID 控制的基础上,加入 H 鲁棒控制,形成一种混合控制方式。PID 控制器在跟踪给定指令时发挥其优势,H 控制用于处理数据摄动和外界扰动的鲁棒控制问题。因无人机飞行时部分模型参数发生摄动,所以采用 H 鲁棒控制,并把 H 鲁棒控制转化为标准 H 控制处理。标准 H 控制讨论的是在标称参数状态下,系统的扰动抑制问题。鲁棒 H 控制研究参数摄动情况下的扰动抑制问题。将 H 鲁棒控制与 PID 控制相结合能保证系统的动、稳态性能

关键词: 标准 H 控制;鲁棒 H 控制;参数摄动;扰动抑制

中图分类号: V249.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2006)02-0192-04

0 引言

目前我国中小型无人机的飞行控制主要采用经典 PID 控制器,它具有原理简单、直观和实现方便等优点。但由于无人机飞行控制系统本身具有非线性、多变量、存在较强的耦合以及对外界扰动和参数摄动较为敏感等特点,而经典 PID 控制适合于单入单出线性系统,在处理非线性多变量控制系统,保证系统的抗外部干扰能力、尤其对系统参数摄动的鲁棒性等方面都无法收到满意的效果,限制了飞行控制性能的提高。

H 控制理论适合于处理存在数据摄动和外界扰动系统的鲁棒控制问题。无人机的飞行控制不可避免地受到参数摄动以及外部扰动的影响,可以采用 H 鲁棒控制与 PID 控制相结合的混合控制方式,既发挥 H 控制器在保证系统鲁棒稳定性方面的优势,又利用 PID 控制器保证系统的动态性能和稳态性能。

1 标准 H 控制

标准 H 控制问题讨论的是在标称参数状态下,系统的扰动抑制问题。首先介绍标准 H 控制的算法及证明过程。图 1 为标准 H 控制系统结构图:

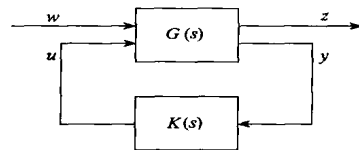


图 1 标准 H 控制系统结构图

Fig. 1 Standard H control system

被控对象 $G(s)$ 为广义被控对象,状态空间实现为:

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \quad (1)$$

$$z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \quad (2)$$

$$y = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \quad (3)$$

式中, x 为状态向量, w 为有界不确定的外部扰动, u 为控制输入, z 为控制输出, y 为测量输出。设计一个反馈控制器 $K(s)$,使得闭环系统稳定,而且使得从扰动输入 w 到被控输出 z 之间的闭环传递函数 $T_{zw}(s)$ 的 H 范数极小或小于某一正实数,即

$$T_{zw}(s) = \sup_{\omega} |T(j\omega)| < \gamma \quad (4)$$

定义 1 H 最优控制问题:求正实有理函数 $K(s)$,使闭环系统内稳定,而且使得闭环传递函数 $T_{zw}(s)$ 的 H 范数最小,即 $\min_k T_{zw}(s) = \gamma_0$ 。

定义 2 H 次优控制问题:对于给定的 (γ_0) ,求正实有理函数 $K(s)$,使得闭环系统内稳定,且闭环传递函数 $T_{zw}(s)$ 的 H 范数满足:

$T_{zw}(s) < 1$, 此不等式也等价于 $\perp T_{zw}(s) < 1$ 。

定义 3 H 标准控制问题: 对于给定的增广被控对象 $G(s)$, 判定是否存在反馈控制器 $K(s)$, 使闭环系统内稳定, 同时使得闭环传递函数 $T_{zw}(s)$ 的 H 范数 $\|T_{zw}(s)\|_H < 1$, 如果存在那样的控制器则求之。

采用静态输出反馈控制器: $u = Ky$ (5)

则闭环系统的状态空间描述为:

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= A_{cl}x + B_{cl}w \\ z &= C_{cl}x + D_{cl}w \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\begin{bmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} A + B_2 D_c C_2 & B_2 C_c & B_1 + B_2 D_c D_{21} \\ B_2 C_2 & A_c & B_c D_{21} \\ C_1 + D_{12} D_c C_2 & D_{12} C_c & D_{11} + D_{12} D_c D_{21} \end{bmatrix}$$

当系统的状态可测时, 采用静态状态反馈控制器: $u = Kx$ (7)

闭环系统状态空间描述的参数为:

$$\begin{bmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 K & B_1 \\ C_1 + D_{12} K & D_{11} \end{bmatrix} \quad (8)$$

定理 1 对于式 (2) 所示系统的一个特例, 当 $D_{11} = 0$, 且系统的输出为系统的状态时, 增广被控对象的状态空间实现为:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{12} u \\ y &= x \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\text{rank} D_{12} = p$ 满秩, (A, B_2) 可稳定。则对于给定的 $\gamma > 0$, 存在式 (7) 所示的状态反馈解, 使得闭环系统 (8) 内部稳定, 且满足 $\|T_{zw}(s)\|_H < \gamma$ 的充分必要条件是存在正定阵 $P > 0$ 使得如下 Riccati 不等式成立

$$A^T P + PA + \gamma^{-2} PB_1 B_1^T P + C_1^T C_1 - (PB_2 + C_1^T D_{12})(D_{12}^T D_{12})^{-1}(B_2^T P + D_{12}^T C_1) < 0 \quad (10)$$

若上述不等式存在正定解 $P > 0$, 则状态反馈增益矩阵为:

$$K = -(D_{12}^T D_{12})^{-1}(B_2^T P + D_{12}^T C_1) \quad (11)$$

推论 1 设增广被控对象式 (9) 满足正交条件 $D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I]$, 则 H 标准控制问题有状态反馈解 (7) 的充分必要条件是 Riccati 不等式

$$PA + A^T P + P\{B_1 B_1^T - B_2 B_2^T\}P + C_1^T C_1 < 0 \quad (12)$$

有正定解 $P > 0$ 。若正定解存在, 则标准 H 控制问题的一个状态反馈解为

$$K = -B_2^T P \quad (13)$$

2 鲁棒 H 控制

鲁棒 H 控制器研究参数摄动情况下的扰动抑制问题, 使得系统在有外部扰动和参数摄动的情况下仍能保持鲁棒稳定。由于无人机随着高度不同、飞行速度不同、舵面的故障, 以及负载引起的重心变化等都会导致部分气动参数的大范围变化, 导致部分模型参数发生大范围的摄动。因此在得到了标准 H 控制问题的状态反馈解基础之上, 进一步分析如何将一个鲁棒 H 控制问题转化一个标准 H 控制问题。

引理 1 (Schur 补引理) 对称矩阵满足如下条件:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12}^T & A_{22} \end{bmatrix} < 0$$

$$\text{当且仅当下式成立: } \begin{cases} A_{22} < 0 \\ A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{12}^T < 0. \end{cases} \quad (14)$$

定义 4 (二次稳定性): 对具有不确定参数的系统 $\dot{x}(t) = A(\cdot)x(t)$, 其中: $x \in R^n$ 是系统的状态向量, $A(\cdot)$ 是实值参数向量 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T \in R^n$ 的函数。如果存在一个正定对称矩阵 P , 使得对所有的不确定参数 θ , 矩阵不等式 $A^T(\cdot)P + PA(\cdot) < 0$ 成立, 则称系统是二次稳定的。

引理 2 设 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$, 则下述几个命题等价:

- (1) A 为稳定矩阵, 且 $\|G(s)\|_H < r$;
- (2) 下列 Riccati 不等式有对称正定解 $P > 0$

$$A^T P + PA + C^T C + (PB + C^T D)(r^2 I - D^T D)^{-1}(B^T P + D^T C) < 0$$

其中 $r^2 I - D^T D > 0$;

- (3) 下列 LMI 有对称正定解 $P > 0$

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -r^2 I & D^T \\ C & D & -I \end{bmatrix} < 0$$

实际上, 命题 (1) \Leftrightarrow (2) 即为有界实引理;

对于命题(2) ⇔(3),根据 Schur 补引理可直接得到。

对以下所有参数存在非匹配扰动的一般情形鲁棒 H 控制问题,考虑如下线形不确定系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A)x + (B_1 + \Delta B_1)w + (B_2 + \Delta B_2)u \\ z &= (C_1 + \Delta C_1)x + (D_{11} + \Delta D_{11})w + \\ &\quad (D_{12} + \Delta D_{12})u \\ y &= (C_2 + \Delta C_2)x + (D_{21} + \Delta D_{21})w + \\ &\quad (D_{22} + \Delta D_{22})u \end{aligned} \tag{15}$$

其中有界参数摄动表示为

$$\begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} (t) \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 \end{bmatrix} \tag{16}$$

其中 (t) 代表有界干扰矩阵,其中元素连续且满足:

$$(t) = \{ (t) \mid {}^T (t) (t) I, \forall t$$

E_{1-3} 及 F_{1-3} 为常数矩阵,根据实际情况进行选择。引理 2 说明了鲁棒 H 控制问题可以转化为标准 H 控制问题的条件。

鲁棒 H 控制问题:给定 $\gamma > 0$,求控制器 $u = K(s)y$,使闭环系统内稳定且 $T_{zw}(s) < \gamma$

对 $\forall (t)$ 成立。

定理 2 对于式(15)和(16)所示对象,采用严格真有理输出反馈控制 $u = K(t)y$,则闭环系统稳定且满足 $T_{zw}(s) < \gamma$ 对 $\forall (t)$ 成立的充分条件是在相同控制律下,存在一个实数 $\gamma > 0$,使得从下列对象闭环稳定

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + [B_1 \quad E_1]w_e + B_2 u \\ z_e &= \begin{bmatrix} C_1 \\ \perp F_1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_{11} & E_2 \\ \perp F_2 & 0 \end{bmatrix} w_e + \begin{bmatrix} D_{12} \\ \perp F_3 \end{bmatrix} u \\ y &= C_2 x + [D_{12} \quad E_3]w_e + D_{22} u \end{aligned} \tag{17}$$

且满足 $T_{z_e w_e}(s) < \gamma$ 。

推论 1 采用状态反馈控制器 $u = K(s)x$,定理 2 的结论同样成立。

根据以上结论,一个鲁棒 H 控制问题可以转化为一个标准 H 控制问题,进而采用现成的算法求解。

3 举例

以无人机横侧向模型为例,采用 H 控制与 PID

控制结合的混合控制方式,在小角度倾斜转弯时对转动指令进行跟踪,控制系统的结构图为

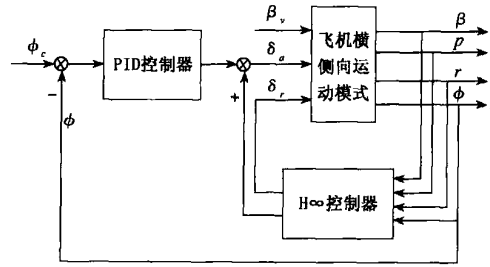


图 2 无人机横侧向控制系统结构图

Fig. 2 Lateral control system of UAV

H 控制器用于处理数据摄动和外界扰动的鲁棒控制问题,而 PID 控制器则有利于跟踪给定指令。模型参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} -0.2289 & 0.0555 & 0.9933 & 0.2519 \\ -45.3705 & -19.6189 & -11.1440 & 0.0000 \\ -4.6579 & 0.3565 & -0.6407 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & -0.0566 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.2289 \\ -45.3705 \\ -4.6579 \\ 0.0000 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.0215 & -0.0727 \\ -49.2930 & -4.1173 \\ 2.9839 & -6.2686 \\ 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

C_1 中加大了侧滑和滚转的参数权重,以减小滚转产生的侧滑。参数摄动取参数矩阵 A 中的 A_{21}, A_{31} 分别变化 40%,外部扰动取侧风引起的等效侧滑角 $\beta_v = -0.2$ 度。

混合控制方式的控制器参数为:

$$ak = 10^3 \begin{bmatrix} -1.9144 & -0.04403 & -0.0870 & -0.3258 \\ -0.4499 & -0.1809 & -0.0276 & -0.0785 \\ -0.1985 & -0.0559 & -0.0630 & -0.0340 \\ -1.2031 & -0.2838 & -0.0557 & -0.2543 \end{bmatrix}$$

$$bk = \begin{bmatrix} 0.0193 & -2.0550 & -0.0529 & 0.0111 \\ -0.0089 & -0.5021 & 0.0583 & 0.0583 \\ 0.0657 & -0.2215 & 0.0238 & -0.0195 \\ -0.0107 & -1.3209 & -0.0331 & -0.0670 \end{bmatrix}$$

$$ck = \begin{bmatrix} -0.7502 & -2.4871 & -1.4503 & -1.6706 \\ -2.9451 & 3.6057 & -1.0145 & -1.8818 \end{bmatrix}$$

$$dk = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[k_p \quad k_i \quad k_d] = [15 \quad 1 \quad 0.2]$$

仿真结果如图 3, 图 4 所示。

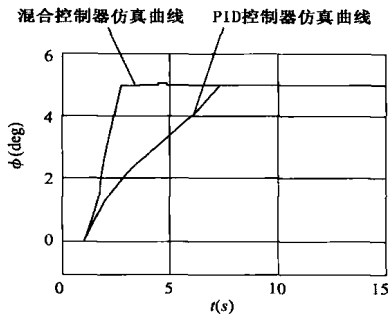


图 3 滚转角仿真曲线

Fig. 3 Simulation of roll angle

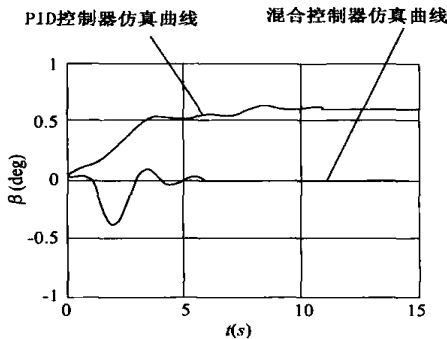


图 4 侧滑角仿真曲线

Fig. 4 Simulation of sideslip angle

由仿真曲线可以看出采用 H 控制与 PID 控制结合的混合控制方式与仅用 PID 控制相比对滚转指令的跟踪较好, 而且引起的侧滑角较小。

参考文献:

- [1] 褚健, 俞立, 苏宏业. 鲁棒控制理论及应用[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2000 [ZHU Jian, YU Li, SU Hong-ye. Robust Control Theory and Application[M]. Hangzhou: Zhe Jiang University Press, 2000]
- [2] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002 [YU Li. Robust Control—The Method of Linear Matrix Inequality Approach[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002]
- [3] 王德进. H_2 和 H 优化控制理论[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2001 [WANG De-jin. H_2 and H Optimal Control Theory [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2001]
- [4] 申铁龙. H 控制理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1994 [SHEN Tie-long. H Control Theory and Application [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1994]
- [5] Bernstein D S. LQG control with an H performance bound: Riccati equation approach[J]. IEEE Tran. Auetern. Control, 1989, 34(4): 293 - 305
- [6] Barmish B R. Stabilization of uncertain systems via linear control[J]. IEEE trans Auton. Control. 1983. 28(8): 848 - 850



江琼 (1978 -), 女, 湖南岳阳人, 硕士研究生, 主要研究方向为导航制导与控制。
 通信地址: 西安市西北工业大学 753 信箱 (710072)
 电话: 13892806356
 E-mail: jqjq@263.net

Research On UAV Flight Control Based On PID Control and H Robust Control

JIANG Qiong, CHEN Huai-min, WU Jia-nan

(Department of Automatic Control of Northwestern Polytechnical University, Xi 'an 710072, China)

Abstract: External disturbance and parameter perturbation always appear in UAV (Unmanned Aerial Vehicle) flight in air. These influence flight control of UAV. To weaken the effect, a mixed control method is built on classical PID control combining robust H control. PID control is adept at tracing command signals, however, H control is used to deal with problem of external disturbance and parameter perturbation. Robust H control is used and converted to standard H control. Because standard H control is studied about the problem of disturbance attenuation for system in the case of constant parameter while robust H control is studied about the problem of disturbance attenuation in the case of parameter perturbation. By use of PID control and H robust control, dynamic performance and stable performance of the system can be maintained.

Key words: Standard H control; Robust H control; Parameter perturbation; Disturbance attenuation